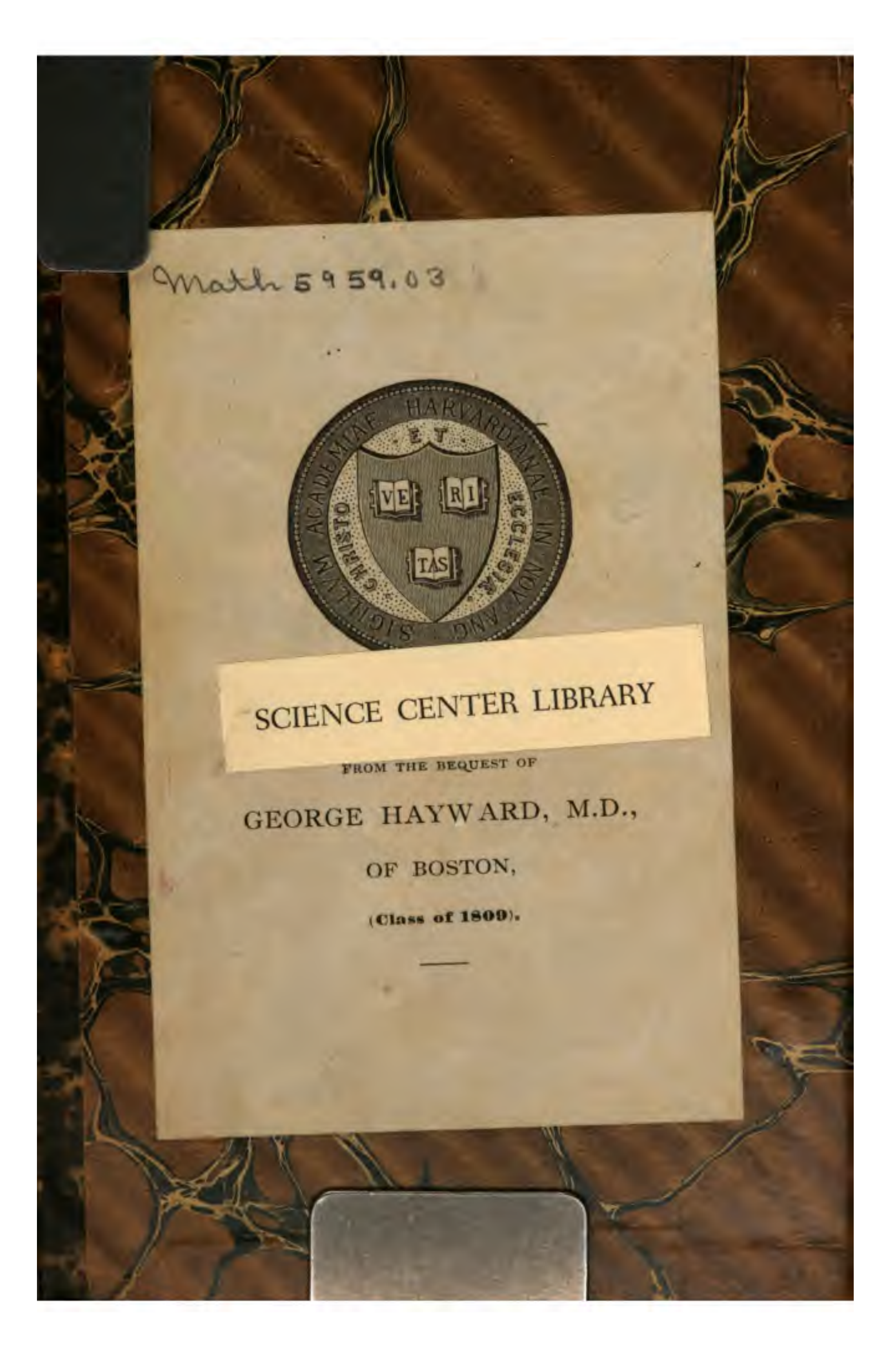



Math 5959.03
SIGILLUM ACADEMIAE HARVARDIANAE IN NOV. ANG.
CHRISTO ET ECCLESIAE
VE RI TAS



BIBLIOTHÈQUE
DE PHILOSOPHIE CONTEMPORAINE

ESSAI

SUR

L'HYPERESPACE

LE TEMPS, LA MATIÈRE ET L'ÉNERGIE

PAR

MAURICE BOUCHER
Ancien élève de l'École polytechnique.

« Nous ne pouvons avoir aucune connaissance de ce qui est hors de nous que par l'entremise des idées qui sont en nous. »
Logique de Port-Royal.

PARIS
FÉLIX ALCAN, ÉDITEUR
ANCIENNE LIBRAIRIE GERMER BAILLIÈRE ET Cie
108, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 108

1903

ESSAI SUR L'HYPERESPACE

ESSAI

SUR

L'HYPERESPACE

LE TEMPS, LA MATIÈRE ET L'ÉNERGIE

PAR

Maurice BOUCHER

Ancien élève de l'École polytechnique

« Nous ne pouvons avoir aucune connaissance de ce qui est hors de nous que par l'entremise des idées qui sont en nous. »

Logique de Port-Royal.

PARIS

FÉLIX ALCAN, ÉDITEUR

ANCIENNE LIBRAIRIE GERMER BAILLIÈRE ET Cie

108, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 108

1903

ESSAI SUR L'HYPERESPACE

INTRODUCTION

On s'est proposé dans cet essai d'examiner, de la manière la plus claire et la plus simple possible, certaines questions se rapportant à la théorie de la connaissance, souvent traitées déjà, en raison de leur haute importance, mais renfermées dans des ouvrages spéciaux et pour cette raison quelque fois peu connues. Ceux que ne rebutent pas les considérations de la philosophie et de la science, qui aiment à réfléchir, et enfin ne croient pas que le mécanisme des phénomènes soit la seule raison d'être de l'Univers et le dernier mot de la vérité, pourront peut-être y trouver quelque intérêt.

On a cherché à se rendre compte de ce que pouvaient exactement représenter pour nous, les idées de matière, d'énergie, de temps, d'espace,

et c'est surtout cette dernière idée qui a prêté aux plus longs développements, car elle domine en effet toutes les autres.

L'espace, d'après Kant, est la forme même de notre sens externe, aucun objet ne pourra nous apparaître qu'autant qu'il se sera en quelque sorte moulé dans cette forme : « toute expérience externe sera perçue dans l'étendue, et l'étendue deviendra ainsi la condition de notre travail mental, le moyen ou l'instrument employé par la Raison pour la perception de tout phénomène [1]. » Il y a donc lieu de développer en nous la connaissance de l'espace, de se demander aussi s'il est bien, d'une manière absolue, tel qu'il nous paraît être empiriquement, lorsque nous ne pouvons le concevoir que par l'intermédiaire des corps matériels qui y sont contenus, et lui servent en quelque sorte de support.

Le problème de la nature de l'espace, lorsqu'on veut l'examiner complètement, sous toutes ses faces, et sans parti pris, doit être envisagé aussi au point de vue mathématique, qui est peut-être même le plus important. Les conceptions, relati-

1. Voir *Kant*, par Th. Ruyssen, p. 77 (Paris, F. Alcan).

vement récentes, de la géométrie non euclidienne, et de la géométrie à n dimensions, lui ont fourni des éléments nouveaux qu'on ne saurait négliger. Ces idées mathématiques, indispensables pour arriver à une connaissance plus parfaite de l'espace, n'ont été traitées que d'une manière tout élémentaire; certaines considérations plus techniques, mais très simples, sur la géométrie à n dimensions, ont été placées dans un appendice après le dernier chapitre.

On est ainsi conduit à la théorie de l'hyperespace, ou espace supérieur à celui que les sens nous révèlent, admissible dans le domaine du possible au moins, sinon dans celui du réel; l'intelligence de l'espace se trouve considérablement élargie, tout en s'écartant des données auxquelles l'expérience sensible nous avait habitués, mais la raison ne nous permet-elle pas de concevoir et de penser, sans le secours d'images matérielles? L'exposé et la défense de cette théorie forment l'objet principal de cet essai, mais il a été nécessaire d'examiner aussi les diverses idées qui peuvent mener à la conception de l'Univers, ainsi que nos relations sensibles avec les phénomènes.

Comme toute connaissance ne saurait jamais

être pour nous que relative, comme plus nécessairement encore, il en sera de même pour l'hyperespace, révélé seulement par la raison, il est indispensable de rapporter d'abord cette idée à celles de l'espace à trois dimensions et des autres espaces simples, que nous pouvons connaître plus directement. On étudiera donc quelles pourraient être les conditions d'un monde linéaire, espace à une dimension ou 1[er] espace, d'un monde surface à deux dimensions ou 2[e] espace, avant d'arriver au 4[e] espace, en passant par celui qui nous est habituel.

Il est intéressant d'examiner les différentes raisons, d'ordre tant mathématique que physique, qui apporteraient peut-être un commencement de démonstration à l'hypothèse de la 4[e] dimension de l'espace et de la matière, mais cette question appartient aussi au domaine métaphysique et permet d'entrevoir certaines conséquences importantes. Ne semble-t-il pas difficile d'admettre que l'Univers soit uniquement constitué comme une machine, et ne comporte que des rapports de grandeurs, de formes et de positions ; ces relations mécaniques ne sont pas, sans doute, la réalité elle-même, mais seulement les apparences, dues à la nature et à la limitation de nos sens.

Socrate se préparant à mourir disait à ses amis : « Si l'âme est immortelle, la chose vaut bien qu'on coure le risque d'y croire. C'est un hasard qu'il est beau de courir et dont il faut s'enchanter soi-même. » (Platon-*Phédon.*) Si l'intellignce de l'homme lui permet de trouver ces relations entre les phénomènes, n'est-elle cependant rien en elle-même, et serait-elle condamnée à disparaître entièrement, inférieure en cela au corps matériel, qui du moins se transforme par de nouvelles existences ? Ceux, dit M. Tchitchérine[1], « pour qui la raison n'est pas une boîte vide où viennent se heurter et s'entrelacer les ombres des phénomènes, c'est-à-dire les ombres des ombres, mais une force vivante dont les lois lui donnent une connaissance vraie des choses, ne peuvent pas plus douter de l'existence de l'être absolu, qu'ils ne peuvent douter de leur propre existence. C'est une idée nécessaire de la raison, sans laquelle on ne peut rien concevoir. »

L'idée de l'hyperespace, faisant entrevoir la possibilité d'autres conditions d'existence, différentes de celles que nous connaissons, élève l'es-

1. *La métaphysique est-elle une science ?* (p. 411).

prit à une conception plus haute de l'Univers, élargit l'horizon au delà du domaine matériel et sensible. La Raison peut percevoir clairement cette idée, en dépit des obstacles que lui opposent les sens, elle montre par là qu'elle est au-dessus des limitations apparentes de notre monde, et se met d'accord avec cette appréhension presque unanime de l'humanité qui veut la distinguer de la matière.

CHAPITRE PREMIER

LES ÉLÉMENTS DE LA CONNAISSANCE

Toutes nos sensations sont intimement liées aux idées d'Espace, de Temps, de Matière et d'Énergie, qui constituent la base de tous les phénomènes, et sont ainsi les idées premières pouvant conduire la Raison à quelque connaissance de notre Univers.

Leur synthèse est l'idée de mouvement, qui comprend à la fois une force, agissant sur le corps mobile, l'espace parcouru, avec le temps employé, et correspond à l'idée de l'Univers même, puisque le repos absolu ne saurait exister nulle part dans la nature, que le mouvement répandu partout, anime non seulement les astres, mais toute la matière, jusque dans sa constitution la plus intime, dans ses dernières molécules. « Ainsi chaque

variation de température produit un changement moléculaire au sein de toute la substance chauffée ou refroidie, les actions lentes chimiques ou électriques, les actions de la lumière ou des forces rayonnantes invisibles, sont toujours en jeu ; de sorte que, de fait, nous ne pouvons pas affirmer de quelque portion de la matière que ce soit, qu'elle est absolument en repos [1]. »

Ces quatre idées, solidaires l'une de l'autre, sont en quelque sorte les quatre faces de l'idée de l'Univers, ses quatre limites ou projections dans notre esprit. Les sens ne nous permettent de connaître que les surfaces des choses, de même la raison peut seulement nous laisser apercevoir les surfaces de l'Univers, nous ne pouvons ainsi concevoir ces idées dans leur réalité absolue, ni même définir ou comprendre ce qu'elles représentent exactement. Selon Herbert Spencer : « Quand nous cherchons à pénétrer leur nature intime, c'est à des absurdités que nous sommes conduits : il n'en faut pas moins les tenir pour des réalités, et les déclarer des objets pour nous

1. Grove. *Corrélation des forces.*

d'une croyance invincible, dont l'explication rationnelle est hors d'atteinte[1]. »

Ces idées, d'ailleurs dépendantes les unes des autres, n'existent pas pour nous sans relations mutuelles; elles représentent tout ce à quoi se rapportent nos sensations, mais ne peuvent nous être connues en elles-mêmes ; il est donc bien impossible d'arriver à la connaissance précise de ce qu'est réellement l'Univers, puisque pour cela, il serait nécessaire de les rapporter à un point de comparaison pris en dehors, c'est-à-dire sortir du monde sensible et chercher au delà de ce qui peut être réellement connu. « L'absolu, inconcevable par essence, répond à des modes d'être inconcevables comme lui. » (H. Spencer).

L'idée d'espace ne nous apparaît qu'à travers celle d'étendue, qui est relative soit aux objets matériels, soit aux trajets parcourus par eux sous l'influence du mouvement. Le temps ne se manifeste que par la durée qui implique changement soit de position, soit d'état, d'un corps matériel, sous l'influence d'une force.

L'étendue de la matière est sa relation avec

1. RENOUVIER. *Histoire et solution des problèmes métaphysiques* (H. Spencer), p. 399 (Paris, F. Alcan).

l'espace, tandis que sa mobilité est sa relation avec une force qui lui serait appliquée. L'idée de l'énergie n'apparaît aussi qu'à travers la matière, qui lui fournit son point de départ et son point d'application ; pour que nous puissions percevoir une force, il est indispensable qu'elle produise un déplacement ou un changement dans le corps, elle se manifeste ainsi comme mouvement, en faisant intervenir aussi l'espace et le temps.

Les nombreuses théories émises sur ces idées pourront être reprises ou renouvelées bien souvent, sans espoir de jamais arriver à une solution réunissant tous les suffrages ; elles resteront toujours de la plus haute importance pour la pensée humaine, elles obligent l'esprit à réfléchir, et l'élèvent bien au-dessus des intérêts et des préoccupations vulgaires. En exerçant ainsi la plus noble des facultés qui lui aient été données, la Raison, l'homme peut chercher à sortir pour un instant de sa condition périssable, et à jeter un regard vers l'avenir. « S'il faut philosopher, disait Aristote, il faut philosopher, et s'il ne faut pas philosopher, il faut au moins philosopher pour prouver qu'il ne le faut pas » et Descartes dans ses principes de philosophie ; « c'est proprement avoir les yeux

fermés sans jamais tâcher de les ouvrir que de vivre sans philosopher. »

La Philosophie doit suivre la science et lui être subordonnée, autrement elle se perd dans le vague, ses tentatives sont vaines, et en opposition avec elle-même. Ses conceptions sont donc limitécs à celles de la science, mais ce domaine est assez vaste, et toute investigation qui n'en sort pas est légitime.

Parmi toutes les sciences, celle dont les résultats sont les plus certains, et vraiment infaillibles, est la Mathématique ; elle est fondée sur la seule raison, et permet cependant d'arriver à des conclusions absolument exactes sur les lois de notre Univers. La Science mathématique, dit Auguste Comte, « constitue l'instrument le plus puissant que l'esprit humain puisse employer dans la recherche des lois des phénomènes naturels, elle est depuis Descartes et Newton la vraie base fondamentale de toute la philosophie naturelle ». M. Tchitchérine dit aussi : « Tous les calculs mathématiques sont fondés sur les lois de la raison humaine ; or en partant de ces calculs, on arrive à constater des faits parfaitement indépendants de la raison : on prédit une éclipse de soleil, on découvre

une planète nouvelle. Il n'y a que l'identité des lois qui puisse amener une coïncidence semblable; donc les lois de la raison sont les lois mêmes des choses, les notions rationnelles qui sont l'expression de ces lois correspondent à la nature des choses [1]. »

C'est ainsi que la théorie de l'hyperespace, basée sur les données scientifiques de la Géométrie à *n* dimensions, peut entrer légitimement dans le domaine philosophique.

Cette géométrie a été étudiée par de nombreux savants qui en ont tiré souvent des conséquences de la plus haute importance. Dans un article paru à ce sujet (mars 1900), dans l'Enseignement mathématique, M. Victor Schlegel donne un Index bibliographique qui, bien que forcément incomplet, comprend cependant déjà 439 titres de travaux sur ce sujet.

La possibilité abstraite des espaces supérieurs ne constitue pas évidemment, et d'aucune façon, une preuve a priori de leur existence concrète dans notre Univers. Si la philosophie peut user, à juste titre, de ces données de la science, elle ne

1. *La métaphysique est-elle une science?* (page 406).

doit le faire qu'à titre de simple hypothèse, puisque nos sens, par leur nature même, nous refusent toute connaissance de ces espaces.

Il existe sans doute bien des propriétés de l'Espace ou de la matière qui nous sont inconnues, parce que les organes nous manquent pour les découvrir et que nous ne pouvons concevoir le monde extérieur indépendamment de nos organes ; c'est ce qui a fait dire à Schopenhauer ; « le monde est mon image représentative. » Idée juste, si on ne la prend pas au sens absolu, qui exclurait toute réalité.

L'hypothèse de l'hyperespace pourrait donc être jugée inutile, si nous ne voyions aucun moyen de la justifier, puisqu'elle semblerait œuvre pure de l'imagination. On exposera les diverses raisons qui paraissent militer en sa faveur, sans se dissimuler cependant, qu'ainsi que toute théorie d'ailleurs, elle ne saurait probablement jamais trouver pour nous sa justification complète.

A l'origine de toute connaissance sont les phénomènes ; lorsqu'on cherche à établir leur nature, il faut tout d'abord avoir recours à l'observation et à l'expérimentation, qui cependant ne suffisent pas, car elles ne sortent pas du sensible et du relatif. Les explications scientifiques, tirées de

l'expérience, ne sont la plupart du temps que des rapports, qu'un examen superficiel fait prendre à tort pour des causes.

L'objet de la science est de décomposer d'abord le phénomène en éléments plus simples, d'examiner ceux-ci, pour les relier ensuite les uns aux autres, formant ainsi des groupes de faits attribuables au même antécédent, à la même cause apparente. Bientôt l'expérience sensible a épuisé ses moyens, il faut avoir recours à l'hypothèse, qui va au delà du connu, est invérifiable par elle-même, mais peut devenir probable, à mesure qu'elle englobe un plus grand nombre de faits, paraissant comme autant de témoins de sa réalité ; si elle arrive ainsi dans le domaine du possible, elle reste presque toujours cependant en dehors du certain.

Nous parvenons quelquefois à connaître les données de quantité, parce qu'elles sont des rapports, c'est-à-dire s'établissent relativement, mais non pas à atteindre les données qualitatives. Un objet par exemple tombe sous l'influence de son poids, on recherche les lois de la chute des corps et on s'aperçoit que tous sont également attirés vers le centre de la terre ; un savant de génie

découvre que la pesanteur n'est qu'un cas particulier de l'attraction universelle, que tous les corps s'attirent mutuellement, et établit les lois de cette attraction. Mais comment cette force se propage-t-elle et quelle en est la cause? L'hypothèse seule, pourra donner un semblant de satisfaction à l'esprit.

Les théories scientifiques sont donc une sorte de synthèse, cherchant à grouper certains faits sous une même hypothèse, dont on analyse ensuite les conséquences. D'autres faits viendront ensuite, soit augmenter, soit infirmer au contraire la probabilité de la théorie, qu'on pourra cependant dans ce dernier cas conserver, si elle est plus commode et si on ne trouve rien de plus vraisemblable pour la remplacer.

Ces hypothèses établies en dehors du sensible, invérifiables et quelquefois en contradiction formelle avec certains faits, sont néanmoins une des sources les plus fécondes des découvertes scientifiques, elles rendent les plus grands services aux sciences et sont indispensables à leurs progrès.

Il est absolument impossible de s'en passer, lorsqu'on veut regarder au delà du simple ordonnancement des résultats, et chercher la raison des

lois, pour en trouver d'autres plus larges et plus complètes, cependant certains savants ont la prétention de les rejeter entièrement et de se borner exclusivement aux données de l'observation et de l'expérience ; ils s'illusionnent eux-mêmes, toutes les théories de la science, indispensables d'ailleurs, car elles servent à classer et à coordonner les faits, n'étant autre chose que des hypothèses ; il n'y a entre elles qu'un degré de probabilité plus ou moins grand, non pas même constant, mais variable ; établies en vue de la recherche de la réalité que toute apparence recouvre, il ne faut pas se dissimuler qu'elles appartiennent par cela même à l'ordre métaphysique.

En leur donnant le nom d'hypothèses scientifiques, on a prétendu les distinguer des hypothèses métaphysiques, traitées avec mépris par plusieurs écoles philosophiques depuis Auguste Comte surtout ; en réalité ce n'est qu'une question de degré dans leur nature, et nulle science, nulle philosophie, ne saurait s'en passer, en renonçant absolument à toute explication des phénomènes en dehors de l'expérience. Toutes les théories scientifiques ont un fondement métaphysique indiscutable ; ce n'est pas cela qui nuit à leur valeur,

car il ne saurait en être autrement. Il faut les considérer plutôt comme des méthodes provisoires, que comme des vérités indiscutables ou des images de la réalité, car elles viennent se heurter aussi avec certaines contradictions formelles.

L'hypothèse, invérifiable aujourd'hui, basée seulement sur des analogies, des possibilités, peut trouver plus tard, pour s'établir, des faits soit nouveaux, soit autrement interprétés ; il était nécessaire de la former d'abord, pour en tirer les conséquences, et les progrès dans la connaissance de la nature ont souvent été amenés par la naissance de nouvelles hypothèses, qui, négligées au début, se sont imposées peu à peu, parce qu'elles répondaient à plus de faits que les anciennes.

La science étend son domaine en avant vers l'avenir, au moyen de ces théories métaphysiques ; vouloir y renoncer, ainsi que le prétendent les positivistes, serait arrêter toute connaissance aux seuls faits qui semblent actuellement prouvés, sans en rechercher de nouveaux, supposés inconnaissables, fixer ainsi arbitrairement la limite de ce que nous pouvons atteindre et donner toute prépondérance à la sensation sur la raison.

« On se demande, dit M. G. Belot[1], quels progrès aurait jamais faits la science, si, positive avant l'heure, elle avait toujours considéré comme inaccessible ce qu'elle ne réussissait pas à atteindre?... Comment savoir ce qui est ou non accessible, sinon en s'efforçant d'y atteindre. » D'ailleurs enchaînés à l'apparence, devons-nous renoncer pour cela à toute recherche de l'essence des choses? la raison franchit les bornes étroites où nous maintiennent les sens, et ne serait plus elle-même, si elle ne cherchait quand même à connaître cet infini de l'inconnaissable qui l'entoure de toutes parts.

L'homme est doué d'un besoin instinctif de s'expliquer le monde et sa propre existence; ceux qui veulent essayer de détruire cette faculté si puissante, se trouvent obligés, à quelque secte extrême qu'ils appartiennent, de donner à leurs hypothèses le nom de certitudes, et n'aboutissent en somme qu'à l'intolérance. La seule chose importante, lorsqu'on ne veut pas se tromper soi-même et tromper les autres, n'est pas de rejeter les hypothèses, mais d'avouer franchement ce qui

1. *Idée et méthode de la philosophie chez Aug. Comte* (p. 438-460).

n'est que tel, pour ne pas leur donner l'apparence de faits indiscutables, et les confondre avec la certitude, que nous pouvons bien difficilement atteindre.

Combien de faits dans la nature demeurent, malgré les progrès des sciences, absolument inexpliqués, même parmi les plus simples ; l'explication dont il faut se contenter, n'est la plupart du temps qu'une autre manière, d'apparence un peu plus scientifique, de présenter le fait lui-même ; Elle est souvent défectueuse si elle se rapporte davantage au sujet qu'à l'objet lui-même, si elle contient trop d'éléments personnels, alors que, pour une explication réelle et juste, il faudrait faire abstraction de notre manière d'être, et s'occuper seulement du phénomène en lui-même ou dans ses rapports avec d'autres phénomènes. Ainsi seulement, il serait peut-être possible de se représenter le monde tel qu'il doit être en réalité, c'est-à-dire en dehors de nous et de nos idées préconçues.

M. C.-H. Hinton, étudiant l'espace supérieur au point de vue pratique et métaphysique, dans ses ouvrages fort intéressants : « scientific romances » et : « a new era of thought », fait justement remarquer qu'un des meilleurs moyens de développer

l'étendue de notre expérience est de mettre en doute tout ce qui peut nous sembler limité, d'une manière arbitraire ou irrationnelle, dans le domaine de nos connaissances. Certains gaz par exemple, semblaient autrefois différer des autres et étaient appelés permanents, parce qu'on ne pouvait en obtenir la liquéfaction ; il est démontré maintenant que cette propriété est la même pour tous.

De même on admettait trois états de la matière, solide, liquide et gazeuse, lorsque Faraday, vers 1816, eut l'idée de rechercher s'il n'existait pas un quatrième état, dit état radiant ; il développa cette conception comme une simple hypothèse scientifique, car la science expérimentale n'avait pas alors à sa disposition toutes les ressources dont elle dispose aujourd'hui. Maintenant, grâce aux travaux de M. Crookes, l'état radiant est une réalité, démontrée par de nombreuses expériences. (Voir Ém. Ferrière. La matière et l'énergie.)

Enfin notre espace, tel que nous le connaissons, est limité à trois dimensions, hauteur, longueur, largeur ; au moyen de trois coordonnées, nous pouvons atteindre tout point de l'espace ; mais pourquoi dans cet espace, qui nous semble infini

en tous sens, trois dimensions seulement? Est-ce une limitation absolue, ou seulement la limitation de nos sens, qui nous font concevoir la matière à trois dimensions, et reportent ensuite cette propriété à l'espace, celui-ci ne pouvant être perçu que par l'intermédiaire de la matière?

Prenons une ligne droite dont nous représentons la longueur par la lettre a; elle peut engendrer, par son déplacement, un carré a^2. Si ce carré se meut suivant une perpendiculaire à son plan, de hauteur a, il engendrera un cube a^3. S'il était ensuite possible de faire mouvoir ce cube dans une direction perpendiculaire à ses trois dimensions, on obtiendrait une figure a^4 de l'espace à quatre dimensions : mais un tel mouvement semble absurde, parce qu'on ne peut se le figurer.

Cependant la géométrie permet d'étudier les propriétés des corps a^4, a^5, a^n, n étant un nombre quelconque, et non seulement les figures dérivées du cube, mais bien d'autres encore, dans des espaces quelconques de dimensions supérieures à trois.

Le meilleur procédé pour étudier ces figures, de même aussi que les propriétés des divers espaces, est de s'élever peu à peu, en partant du

plus simple, ou espace linéaire, et procédant successivement par analogie dans les autres espaces.

Il n'y a pas d'autre motif apparent à la limitation de l'espace que l'état de notre sensibilité, puisque la géométrie, science de l'espace et de la raison, nous permet de concevoir des espaces d'ordre de plus en plus élevé. Pour procéder à ces considérations, il faut toujours passer d'un espace à celui immédiatement supérieur; or, au point de vue pratique, nous n'avons pour guide que l'espace à trois dimensions auquel nous sommes habitués, nous ne pouvons donc pas espérer, si ce n'est dans l'ordre mathématique, élever nos conceptions plus haut que le quatrième espace.

Un espace est en effet la limite de l'espace immédiatement supérieur. Une surface est limitée par des lignes, et forme l'enveloppe d'un corps à trois dimensions, qui lui-même serait une limite d'une figure, ou d'un espace, à quatre dimensions.

Notre monde actuel pourrait donc être, en quelque sorte, la surface d'un pareil espace; les différentes énergies, telle l'attraction, seraient des forces de tension de surface, analogues à celles agissant à la surface d'un liquide, différentes de celles à l'intérieur. Notre contact avec le quatrième

espace se ferait par ce milieu inconnu, que les physiciens ont appelé l'éther, et, comme on le suppose d'ailleurs, c'est par lui que se transmettrait l'énergie sous toutes ses formes.

On ne peut rien affirmer quant à l'état réel de l'Univers et à la possibilité d'un espace à plus de trois dimensions, dont l'idée semble bien ne devoir jamais être pour nous qu'une abstraction pure. Cependant, s'il est possible de se représenter les apparences des formes régulières dans un espace plus élevé, il se peut aussi que la limitation que nous imposent nos sens, soit le seul obstacle, dépassé d'ailleurs par l'intelligence, ne nous permettant pas d'arriver à la pleine connaissance des espaces supérieurs.

On voudra peut-être objecter à cette thèse l'argument du sens commun ; celui-ci à la vérité, bien que ne donnant pas toujours pleine satisfaction à l'esprit, est un guide assez certain dans l'obscurité où nous nous débattons ; on y a fait souvent appel au cours de cet essai, notamment pour la défense de l'infini du temps et de l'espace, mais il faut bien faire observer aussi que le sens commun est essentiellement variable selon les époques, et marche en raison des progrès de l'humanité.

Le sens commun est le résultat des sensations, que seules nous pouvons observer, mais celles-ci ne sont que les signes plus ou moins déformés des choses, rectifiés par la raison à l'aide des données de la science ; le sens commun accepte les faits, et ne les devance pas, de cette manière celui d'aujourd'hui est souvent l'opposé de celui d'hier. « Enfin le sens commun », dit M. Wilbois[1], « n'est pas un système d'habitudes définitives, mais il varie lentement en prenant la science pour modèle. »

Pendant longtemps le sens commun voulut que la terre fût plate ; on en était encore à ce moment, si l'on peut s'exprimer ainsi par approximation, à l'âge de la terre surface à deux dimensions, et si de grands philosophes tels que saint Augustin, Lactance, saint Chrysostome, traitèrent d'hypothèse absurde l'idée des antipodes, c'est qu'ils prenaient les préjugés de leur temps, pour des vérités indiscutables, à l'égard desquelles aucune contradiction ne pouvait être admise.

« Comment ne voyez-vous pas, dit saint Augustin, que s'il y avait des hommes sous nos pieds,

1. *L'esprit positif.* Revue de Métaphysique et de Morale, 5e a., p. 589.

ils auraient la tête en bas et tomberaient dans le ciel. »

Il en fut presque toujours de même : les idées de Copernic sur le mouvement de la terre ne parvinrent à s'établir que plus d'un siècle après sa mort, et le sens commun voulait continuer à se représenter le soleil et les astres, fixés sur la voûte céleste tournant autour de la terre immobile.

Les progrès des sciences ont changé toutes ces théories et bien d'autres ; on doit penser que le dernier mot n'est pas encore dit, car, à notre époque surtout, les découvertes qui se succèdent si nombreuses, donnent lieu à de nouveaux étonnements, à de nouvelles modifications du sens commun qu'il serait hors de ce sujet de retracer.

Les théories, même établies, ne doivent donc pas être regardées comme des vérités indiscutables, mais seulement des modes plausibles et commodes d'explication des phénomènes, des sortes de conventions destinées à se modifier peut-être un jour. Toute théorie nouvelle vient se heurter aux associations d'idées établies depuis longtemps par l'habitude et l'éducation ; mais bien des notions que la perception sensible paraît im-

poser à l'esprit, peuvent avoir seulement un rapport très éloigné avec la vérité dont elles empruntent le nom.

Pour chercher à connaître sans parti pris, le véritable aspect des choses, il faut d'abord séparer les éléments personnels, innés ou acquis, du fait en lui-même, élevant ainsi davantage la faculté de percevoir, c'est-à-dire se défier des sensations, et leur accorder une importance beaucoup moindre qu'à la raison.

Devons-nous penser en effet que le monde matériel où nous vivons est seul existant, et nier de parti pris tout ce qui serait au-dessus de lui ? il faut, en ce qui concerne la recherche de l'absolu, se dégager entièrement des impressions sensibles, et faire appel à la seule Raison, car nous sommes aussi avancés sur ce sujet, avec toute notre science, que les habitants de la caverne dont parle Platon au Livre VII de la République, nous ne voyons que les ombres des choses et nous prenons ces apparences pour la réalité. « Nous pouvons cependant, en acquérant une certaine science des ombres, acquérir aussi une certaine science des choses. C'est qu'il y a les mêmes rapports de succession dans le temps et dans l'espace entre

les ombres qu'entre les objets, entre les signes qu'entre les choses signifiées[1]. »

Mais ces ombres, que nous apercevons avec peine, ne se sont pas formées d'elles-mêmes et sans cause ; elles sont le reflet d'une réalité plus haute vers laquelle aspire notre raison.

1. A. Fouillée. *Philosophie de Platon*, p. 95.

CHAPITRE II

L'INFINI ET LE CONTINU

Les problèmes de l'Espace et du Temps sont intimement liés à ceux qui concernent l'Infini et le Continu. Il y a donc lieu d'examiner d'abord ces deux idées, et si nous ne pouvons espérer les pénétrer entièrement, puisqu'elles sont des formes de l'absolu, de rechercher au moins une solution qui satisfasse l'esprit d'une manière relative.

La première des célèbres antinomies de la raison pure de Kant, pose le problème de l'infinité du monde dans le temps et dans l'espace en cherchant à démontrer l'impuissance de l'esprit à le résoudre. Les divergences de vues des savants qui ont préféré adopter tantôt la thèse, tantôt l'antithèse, semblent rendre la question insoluble et donner raison par conséquent au philosophe de Königsberg. Cependant l'infini, étant une vue première de l'esprit humain et du bon sens, on

essayera de défendre sa thèse, sans négliger les objections de ses adversaires.

Il est certain que toutes les représentations intellectuelles procèdent des représentations sensorielles, par conséquent matérielles ; nous ne pouvons donc, limités par les sens, concevoir directement qu'un tout donné, c'est-à-dire excluant l'infini, de plus, ce tout doit être formé de parties et ces parties ne peuvent être nulles, car une somme, si grande fût-elle, de parties nulles, ne donnerait jamais que le néant. Les intuitions sensibles sont ainsi nécessairement, successives dans le temps et morcelées dans l'espace, mais nous ne pouvons saisir pleinement leur ensemble, car ces portions de durée et d'étendue sont simplement imaginées par l'esprit et créées par lui à notre usage.

Si malgré tout, la raison peut admettre l'idée de l'infini de l'espace et du temps, sans pourtant pouvoir la concevoir, c'est qu'elle cherche à s'élever au-dessus de l'influence des sens qui viennent mettre obstacle à sa libre action.

L'Infini, selon Pascal, nous est découvert par une vue transcendante de la raison ; nul mieux que cet illustre penseur n'a étudié cette idée,

ses admirables méditations conserveront toujours leur valeur et leur charme. Si nous voulons essayer d'atteindre l'infini par l'observation, nous ne pouvons y parvenir ; il ne faut cependant pas mettre au-dessus de la raison, nos moyens d'observation, forcément incomplets, parce qu'ils subissent l'action de notre nature sensible ; Pascal conclut ainsi au sujet des deux infinités, l'une de grandeur, l'autre de petitesse [1] : « toutes ces vérités ne se peuvent démontrer et cependant ce sont les fondements et les principes de la Géométrie. Mais comme la cause qui les rend incapables de démonstration n'est pas leur obscurité, mais au contraire leur extrême évidence, ce manque de preuve n'est pas un défaut, mais plutôt une perfection. D'où l'on voit que la Géométrie ne peut pas définir les objets ni prouver les principes, mais pour cette seule et avantageuse raison que les uns et les autres sont dans une extrême clarté naturelle, qui convainc la raison plus puissamment que les discours. »

C'est souvent par la considération de l'étendue que l'on pense arriver à la conception de

1. *De l'esprit géométrique.*

l'infini ; l'astronomie nous montre à quel prodigieux éloignement se trouvent les étoiles. Il a fallu prendre, pour évaluer ces distances, une unité immense elle-même : la vitesse de la lumière qui est de 300 000 kilomètres à la seconde, et tandis que la lumière du soleil met environ huit minutes à nous parvenir, celle des étoiles les plus voisines emploierait plusieurs années ; celle des dernières nébuleuses télescopiques mettrait des milliers, peut-être même des millions d'années, d'après Herschel, pour arriver jusqu'à nous, et par delà ces nébuleuses d'autres étendues sont encore possibles. « Tout ce monde visible n'est qu'un trait imperceptible dans l'ample sein de la nature. Nulle idée n'en approche, nous avons beau enfler nos conceptions au delà des espaces imaginables, nous n'enfantons que des atomes au prix de la réalité des choses [1]. »

L'infini nous échappe, parce qu'il est sans limites, mais la raison le saisit cependant, parce que ces limites ne peuvent en effet exister pour elle, et l'Espace représente bien l'image absolue, quoique incompréhensible, de l'infini. Cette idée

1. PASCAL. *Pensées*.

existait même d'ailleurs avant la conception actuelle de l'Univers, elle est essentielle à la géométrie et remonte donc au moins aux origines de cette science.

On lui a souvent adressé le reproche d'être le fruit de l'imagination plutôt que du raisonnement. Dans un article remarquable sur la dialectique des antinomies[1], M. F. Evellin, partisan de la limitation du temps et de l'espace, fait observer qu'il est indispensable de distinguer les conclusions de la raison d'avec celles de l'imagination : « d'un côté la pensée rationnelle qui vise le vrai invisible et se donne pour objet la réalité elle-même; de l'autre la pensée imaginative qui vit dans le phénomène, et, bien qu'elle puisse plus ou moins s'en dégager, ne le perd jamais de vue complètement. »

En ce qui concerne l'infini, tel que nous l'avons envisagé jusqu'à présent, l'imagination, qui est d'ailleurs l'un des attributs de la raison, joue, il est vrai, un rôle important, mais prend pour point de départ une base certaine et indiscutable, à savoir l'immensité de l'espace.

1. *Biblioth. du congrès international de philosophie* : *La dialectique des antinomies*, p. 169.

Si nul autre argument ne venait à l'appui de notre théorie, la démonstration manquerait évidemment de valeur, bien que la limitation de l'espace et du temps paraisse nécessiter, à la vérité, encore plus d'imagination et de raisonnements subtils ; mais nous verrons qu'il est possible d'arriver à l'infini par une démonstration purement rationnelle.

M. de Freycinet dans sa « Philosophie des sciences », dit que notre raison déclare l'espace infini parce qu'on ne saurait le concevoir autrement : « Elle ne lui assigne pas de bornes. Elle n'imagine pas ce qu'il pourrait y avoir au delà de ces bornes qui ne serait pas encore de l'espace ; ceux-là mêmes qui contestent son caractère objectif ne s'avisent pas de nier l'infinité que nous lui attribuons invinciblement. L'Espace est infini ou il n'est pas[1]. »

On verra plus loin, au chapitre VI, l'hyperespace et la géométrie, qu'il serait possible cependant de concevoir comme fini cet espace à trois dimensions contenant l'univers révélé par les sens, mais seulement s'il était démontré qu'il n'est pas euclidien ou homaloïdal[2], comme nous

1. Page 29.
2. Plat.

l'imaginons, et présente une certaine courbure le rendant en quelque sorte comparable à une surface sphérique ou à toute autre surface fermée, mais il serait alors contenu dans un espace d'ordre plus élevé, et cet hyperespace n'en resterait pas moins toujours infini. L'hypothèse de la limitation de l'univers actuel semble donc comporter ainsi implicitement la notion de la 4e dimension au moins.

On ne saurait arriver à la conception rationnelle de l'infini par l'indéfini, c'est-à-dire par la considération de grandeurs qui peuvent être augmentées sans cesse. Conservant la faculté de répéter un nombre indéfini de fois la même opération arithmétique ou géométrique, on n'arrivera jamais à faire succéder l'infini à l'indéfiniment grand.

On ne peut admettre l'existence d'une série composée d'un nombre infini de termes, Galilée, le premier, a fait remarquer que l'hypothèse de la suite des nombres prolongée à l'infini, impliquait contradiction et par suite devait être rejetée comme erronée. Soit en effet la suite naturelle des nombres entiers 1, 2, 3, 4, 5... les carrés que renferme cette suite seront en mino-

rité, et cette minorité sera de plus en plus marquée. Parmi les dix premiers nombres il n'y a que trois carrés, parmi les cent premiers il n'y en a que 10, parmi les 1 000 premiers il n'y en a que 31. Si donc la suite des nombres était supposée prolongée à l'infini, les termes carrés y seraient en bien grande minorité ; or une suite réellement infinie de nombres, devrait comprendre chaque nombre avec son carré, le carré du carré, etc. La contradiction étant manifeste, il est évident que la suite des nombres ne peut être prolongée à l'infini.

Mais il n'en suit nullement qu'il en soit de même pour l'espace et le temps ; ceux-ci, en effet, n'ont pas en eux-mêmes de parties qui les puissent nombrer et, comme l'infini, dont c'est justement l'une des prepriétés, ils ne forment pas une quantité.

Les parties de l'espace ou du temps que nous pouvons envisager, sous les noms d'étendue ou de durée, ne sont pas des parties ou des sous-multiples de l'espace absolu ou du temps absolu, qui ne forment pas une quantité donnée, et par suite ne sont pas divisibles, mais ce sont des parties d'un espace donné ou d'un temps donné,

choisis aussi grands qu'on le voudra. « Loin que l'indéfini mène à l'infini, c'est l'infini au contraire qui permet l'indéfini et rend possibles toutes les hypothèses sur la grandeur [1]. »

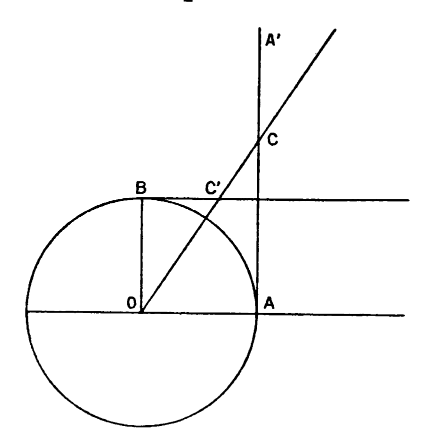
Si nous supposons une ligne droite infiniment étendue, nous pouvons bien en séparer un segment, mais celui-ci ne sera jamais un sous-multiple de la droite, car en le multipliant par un nombre, quelque grand qu'il soit, même indéfiniment grand, on ne pourrait jamais reproduire la droite dans sa totalité.

Mais s'il n'est pas possible d'arriver ainsi à l'infini par un dénombrement si grand soit-il, on peut cependant y atteindre en s'aidant de la considération de mouvement, et se rendre compte en même temps des rapports du fini avec l'indéfini et avec l'infini.

Soit une droite fixe AA′ et la droite mobile OC tournant autour du point O, traçons la circonférence tangente à AA′ en A. Dans une position moyenne entre A et A′, cette droite OC fait avec OA un angle AOC et détermine sur AA′ une longueur finie AC, que l'on nomme la tangente trigonométrique de cet angle.

1. De Freycinet. *Philosophie des sciences.*

Si nous considérons les positions successives de la droite OC, correspondantes à la moitié de AC,



puis à la moitié de cette moitié, et ainsi de suite, c'est-à-dire aux fractions de AC obtenues en divisant cette longueur par 2, 2^2, 2^3... 2^n et qui sont $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2^2}$, $\frac{1}{2^3}$, $\frac{1}{2^n}$ de AC, nous voyons qu'en prolongeant l'opération indéfiniment, le nombre $\frac{1}{2^n}$ pourra être rendu aussi petit qu'on le voudra mais ne pourra jamais atteindre zéro.

Si en effet une dernière valeur de $\frac{1}{2^n}$ pouvait être nulle, il suffirait, pour remonter la série,

de multiplier cette valeur successivement par 2, 2^2, etc., mais on. n'obtiendrait ainsi jamais que zéro.

Lorsqu'on dit en Algèbre que $\frac{1}{2^n} = 0$ pour $n = \infty$ c'est simplement une manière de généralisation, exprimant que n augmentant indéfiniment, $\frac{1}{2^n}$ décroît d'une manière indéfinie, mais o comme ∞ ne sont là que des symboles et ne peuvent être atteints.

La distance AC, de même que la valeur de l'angle AOC, pourront donc décroître constamment, devenir des indéfiniment petits, mais sans jamais atteindre zéro ; les deux lignes OC et OA n'arriveront jamais par ces divisions successives, à se confondre tout à fait.

Si nous traçons la tangente BC′ parallèle à OA, le segment BC′, qui est la cotangente de l'angle AOC, augmentera constament à mesure que diminuera AC ; il devient donc indéfiniment grand, mais sans jamais atteindre l'infini.

Les limites zéro et l'infini ne peuvent donc être atteintes par cette construction, cependant

il est bien évident que les deux lignes OC, OA peuvent être amenées à coïncider ; il n'a pas été possible d'y arriver par la division de AC en parties indéfiniment décroissantes, mais on y arrivera en faisant mouvoir la droite OC autour de A, d'un mouvement continu.

Si nous partons de la position primitive, en faisant tourner OC vers OA, OC passera d'abord par toutes les positions successives, jusqu'à la dernière position considérée, qui correspond à un angle AOC et à une longueur AC indéfiniment petits et aussi petits qu'ils puissent être, sans cesser d'exister, l'atome d'angle et l'atome de longueur, la droite OC fera avec BC′ précisément le même angle atome, et BC′ sera indéfiniment grand, aussi grand qu'il puisse être.

Le mouvement continuant, OC viendra se confondre rigoureusement avec OA, l'angle deviendra égal à zéro ainsi que sa tangente, mais sans passer par aucune valeur intermédiaire puisqu'il ne peut en exister entre l'angle atome ou la distance atome et zéro. En même temps la droite OC cessera de rencontrer BC′; la longueur BC′, cotangente de l'angle, après avoir eu d'abord une longueur finie, après avoir augmenté jusqu'à devenir indé-

finiment grande, est devenue rigoureusement infinie, après que l'angle limite a été dépassé et est devenu égal à zéro.

Le mouvement de OC se produisant en sens inverse; AC, d'abord nul, prend forcément une première valeur réelle, mais indéfiniment petite, correspondante à l'atome, augmente ensuite, prend une valeur finie qui s'accroît sans cesse, jusqu'à devenir indéfiniment grande, et jusqu'à une dernière valeur limite qui correspond à l'atome d'angle en C; aussitôt après les deux droites OC, AA' cessent de se rencontrer, AC devient infini.

On voit ainsi que zéro correspond à l'infini, comme l'indéfiniment petit correspond à l'indéfiniment grand; nous ne savons rien, il est vrai, de ce qui existe entre le dernier élément de petitesse et le zéro, non plus qu'entre le dernier élément de la grandeur et l'infini, mais nous devons admettre cet intervalle, indéfiniment petit d'une part, indéfiniment grand de l'autre, la raison et le sens communs ont absolument d'accord à ce sujet.

Les raisonnements qui précèdent ont été inspirés par l'ouvrage si remarquable de M. J.-F. Bonnel, « Les atomes et hypothèses dans la géo-

métrie ». Voici un résumé succinct de ces théories (p. 8) ; « peut-on concevoir, en effet, qu'une grandeur, variant d'une manière continue, diminue jusqu'à devenir zéro, sans passer par un état préalable dans lequel elle n'a rien de plus petit qu'elle, si ce n'est zéro ? Dans cet état, quel qu'il soit, elle est l'atome des grandeurs de son espèce, et l'inverse de l'atome, qui est l'infiniment grand ou le tome, s'obtient semblablement » (et p. 188) : « le tome n'a pas de multiples, pas plus que l'atome n'a de sous-multiples ; s'il est permis de dire en général qu'une grandeur peut toujours être doublée, on voit qu'il faut faire exception pour le tome, précisément parce que le tome est le plus haut degré auquel puisse atteindre une grandeur avant de disparaître dans l'infini. Il y a aussi, à ce point de vue, une exception qui est acceptée encore sans difficulté : le zéro n'a pas de multiples et tout le monde l'accorde. Il y a donc analogie complète entre le tome et l'infini, d'une part, l'atome et le zéro, de l'autre. La comparaison peut encore être poussée plus loin : le zéro comme l'infini, n'a ni multiples, ni sous-multiples, attendu qu'il n'est pas une grandeur ; quant à l'atome, qui est ce qu'il y a de plus voisin de

zéro, il n'a pas de sous-multiples et n'a que des multiples. C'est précisément l'inverse pour le tome, qui n'a pas de multiples et n'a que des sous-multiples. »

La conception atomique qui date de la plus haute antiquité et reste adoptée maintenant par les sciences physiques, se trouve ainsi généralisée pour les idées abstraites de temps, d'espace, d'angle, de surface, etc. Cet atome existe-t-il réellement ? Nous ne pouvons pas plus le connaître dans l'ordre mathématique, que dans l'ordre physique, mais il s'impose forcément à l'esprit, les raisonnements ci-dessus sont inattaquables.

On pourra peut-être penser qu'ici la représentation sensorielle ou matérielle vient s'introduire encore dans le domaine de ce qui est par essence immatériel comme l'espace et le temps. Il est possible qu'il en soit ainsi, car nous pouvons difficilement nous défaire entièrement de l'influence des sens, mais il serait d'autant plus remarquable que celle-ci ait pu justement mener à l'idée de l'infini, et se rencontrer ainsi avec une vue première de la raison.

La théorie de l'atome n'est nullement en con-

tradiction avec l'idée de continuité, elle distingue en effet la divisibilité indéfinie, qui est possible, de la divisibilité infinie, qui ne l'est pas. L'écoulement du temps est pour nous l'image même de la continuité; nous ne pouvons de même, dans l'espace, rien concevoir qui ne soit toujours de l'espace, sans la moindre lacune possible; le temps et l'espace ne peuvent donc nous paraître autrement que continus et toujours semblables à eux-mêmes.

M. Bonnel montre que l'atome permet d'obtenir la solution la plus simple de la question de continuité. « Comment concevoir, sans l'atome, que le mouvement d'un point puisse engendrer une ligne? Si un point se meut, il faut qu'il ait été soumis à l'action d'une force, réelle ou fictive, et que cette force ait produit sur lui un premier effet correspondant; ce premier effet correspondant ne peut pas consister en un déplacement nul, autrement la seconde position du point ne se distinguerait pas de la première, et, si c'est un déplacement d'une certaine étendue, ce déplacement a dû commencer par une longueur, autre que zéro et plus petite que les suivantes, c'est-à-dire par un atome linéaire : à ce premier atome a dû en

succéder un second, puis un troisième, etc., au point d'engendrer la ligne entière. La question de continuité géométrique ne comporte pas d'autre solution rationnelle que celle de l'atome[1]. »

Il a été possible de démontrer que l'infini existe, quant à savoir ce qui est de lui, cela est au-dessus de notre raison. La géométrie même est impuissante à le prévoir et doit arrêter ses spéculations, sous peine de tomber dans l'absurde : deux lignes parallèles se rencontrent à l'infini, mais l'intersection, située sur l'une et l'autre droite, est aussi dans tout l'intervalle qui les sépare, il n'y a donc plus un point d'intersection seulement, mais plusieurs, dont le nombre peut augmenter avec l'écartement des parallèles, de même pour deux plans parallèles, et il serait possible de citer encore bien d'autres exemples. Les propriétés géométriques perdent leur sens et sont dénaturées, lorsqu'on essaye de les transporter à l'infini. « Nous sommes donc chassés irrévocablement de l'infini ; nos facultés et nos assertions n'y peuvent rien atteindre ; nous restons confinés dans un tout petit cercle ; notre esprit ne porte pas

1. *Les atomes et hypothèses dans la géométrie*, p. 192.

au delà de notre expérience. » TAINE (*de l'Intelligence*). Si l'infini reste pour nous inconnaissable, il n'a pas cependant été impossible de démontrer que son existence s'impose nécessairement.

CHAPITRE III

TEMPS ET ESPACE

Les philosophes idéalistes considèrent le temps ainsi que l'espace comme n'existant pas réellement en dehors de nous, et n'étant que de simples formes de l'entendement ; l'espace un ordre de coexistences, le temps un ordre de successions, d'après Leibnitz. L'espace, selon Kant, serait la simple forme à priori de la sensibilité externe, mais pas un objet réel qui puisse être extérieurement perçu, la simple possibilité des phénomènes extérieurs, et le temps, la forme à priori de la sensibilité interne.

La principale objection contre leur réalité est que, s'ils existaient réellement, ils seraient nécessairement substances ou attributs, et que nous ne pouvons les concevoir à aucun de ces deux états. Mais on peut penser avec M. de Freycinet[1], que

1. *Essai sur la philosophie des sciences*, p. 300.

la définition de substance n'est pas très claire et est certainement incomplète. « Appellera-t-on, par exemple, substance, l'agent mystérieux auquel les physiciens ont recours pour expliquer les phénomènes de la chaleur et de la lumière ? Cet agent, ce milieu, ce mécanisme, comme on voudra le nommer, existe cependant, car il se révèle par des effets indiscutables. Il est d'ailleurs dépourvu des qualités sans lesquelles une substance se conçoit difficilement. »

Aussi beaucoup de philosophes, sans tenir compte de raisonnements trop subtils pour être absolument convaincants, ne peuvent s'empêcher de laisser au temps et à l'espace, la réalité que leur ont toujours accordée le sens commun et le consentement presque unanime, appuyés sur les résultats des sciences physiques.

L'un et l'autre sont, il est vrai, inconnaissables pour nous dans leur essence, et c'est pourquoi la discussion pourra continuer longtemps encore, sans se terminer jamais, entre les partisans du réel ou de l'idéal, d'autant que ces manières de voir n'influent nullement sur les qualités apparentes du temps et de l'espace, et sur les déductions que l'esprit peut en tirer.

Temps. — Le temps considéré dans un sens absolu, en dehors des phénomènes, ne représente rien à l'esprit ; « Qu'est-ce que le temps? » dit saint Augustin, « Si personne ne m'interroge, je le sais, si je veux répondre à cette demande, je l'ignore. Et pourtant j'affirme hardiment que, si rien ne se passait, il n'y aurait pas de temps passé ; que si rien n'advenait, il n'y aurait pas de temps à venir, et que si rien n'était, il n'y aurait pas de temps présent. » Selon l'idée de Descartes : « juger qu'une chose commence ou qu'elle change, c'est une intellection ou pensée que les sens n'expliquent pas, c'est une intellection pure. »

Le temps est donc une entité abstraite, qui ne nous est révélée par aucun sens, mais par la raison seule, aussi l'a-t-on appelé justement un phénomène de conscience ; il est constamment changeant, s'écoule sans cesse, semble comme l'image de la mobilité même. Il échappe ainsi en quelque sorte à notre contrôle ; nous ne pouvons le mesurer directement, et lorsqu'on essaye de le faire, ce n'est pas lui qu'on mesure, mais les impressions successives, laissées par les réalités qui passent, et dont le souvenir se conserve ; on lui substitue la durée du phénomène qui s'accomplit et se répète

dans les mêmes conditions, le battement du pendule par exemple, mais on admet, se basant sur l'expérience, que ce phénomène se répète identique dans le même temps, c'est-à-dire qu'il est uniforme et qu'il en est de même pour l'écoulement du temps. C'est sans doute en partant de cette considération, qu'Aristote désignait le temps, comme « le nombre du mouvement sous le rapport de l'avant et de l'après ».

Lorsqu'on veut se faire du temps une représentation concrète, on l'imagine comme une ligne infinie ; d'un côté le passé, de l'autre l'avenir, et entre les deux, ce point toujours mobile, impossible à saisir qui est l'instant présent. Le temps est donc pour nous comme un espace à une dimension, nous nous trouvons emportés dans son mouvement en avant, comme serait entraîné, sur une ligne droite, un être imaginaire astreint à la parcourir sans repos, dans le même sens, obligé de quitter l'instant présent dès qu'il l'atteint, ne sachant rien de l'avenir où il est emporté, ne connaissant du passé que ce qu'il a vu ou ce qu'on lui a appris.

On peut regarder cette idée de représenter le temps par une espace à une dimension comme toute symbolique, et répondant seulement à la nécessité

d'en figurer l'intuition par une image concrète; cette matérialisation du temps n'en est pas moins naturelle et juste; nous ne faisons pas autrement lorsque nous nous représentons un espace à trois dimensions par les propriétés d'étendue qui nous semblent être celles des corps qu'il contient. Le temps comme l'espace sont donc ainsi matérialisés, pour nous fournir une image concrète et nous donner une intuition nette.

Nous avons admis qu'il était nécessaire de concevoir le temps comme infini. Les partisans de la limitation du temps, c'est-à-dire de la thèse de la première antinomie de Kant, commencement du monde dans l'espace et dans le temps, raisonnent ainsi : « Supposez que le monde soit sans commencement dans le temps, l'événement actuel n'est possible que si on suppose derrière lui, dans la durée, une série infinie de phénomènes, mais ce qui est infini n'aboutit pas, et dès lors l'événement actuel ne peut plus venir. Or il est venu. Il faut donc que l'hypothèse ait été fausse, et par suite que la série des phénomènes commence [1]. »

Pour obtenir une représentation du temps, on

1. F. Evellin. *La dialectique des antinomies*, p. 166.

est bien forcé de se le figurer sous l'aspect d'une ligne droite idéale, infinie réellement dans les deux sens, passé et avenir, et cependant le point présent est devant nous, immobile même en apparence, puisqu'il nous entraîne avec lui dans sa marche en avant. Comment cet infini du temps a-t-il abouti à ce présent, nous ne pouvons le savoir, mais nous le voyons, et voyons de même, comme sur cette ligne idéale, l'infini et non pas seulement l'indéfini s'étendre vers l'avenir.

Une ligne est infinie, ce qui n'empêche pas d'en considérer seulement une portion finie ; si notre esprit semble voir une contradiction dans un tel aboutissement d'une série infinie, cela peut simplement tenir à ce qu'il n'est pas en état de s'élever à une vérité supérieure, lui permettant de relier par le raisonnement le présent au passé et à l'avenir infinis.

Nous avons pu admettre l'infinité du temps et de l'espace comme nécessaires ; il en est tout autrement en ce qui concerne l'état de l'univers matériel, par rapport à l'espace et au temps ; il semble même que sa limitation soit plutôt probable, bien que la raison ne puisse rien affirmer de certain à ce sujet. « C'est un positivisme mal

compris, dit M. U. Le Verrier [1], que de rejeter l'idée de création au nom de la science ; ce qui est antiscientifique, c'est d'attribuer au monde que nous voyons une durée illimitée dans l'avenir ou dans le passé : ce monde ne peut se conserver lui-même tel qu'il est ; s'il ne peut s'anéantir, il doit mourir, c'est-à-dire devenir inerte, et il ne pourra renaître que par l'intervention d'une force extérieure. Son existence à un moment donné implique dans le passé une intervention analogue. »

Que le temps soit réel ou simplement idéal, c'est avec raison que nous avons pu le représenter sous l'aspect d'une ligne infinie, de même que nous matérialisons l'espace pour le comprendre, et en étudier les propriétés au moyen des raisonnements sur les figures de la géométrie. Ces figures ne sont pas plus la représentation absolue de l'espace que notre ligne n'est celle du temps, mais leur emploi et leur utilité n'ont jamais été contestés, même par ceux qui ne veulent accorder à l'espace ou au temps aucune réalité propre.

Nous reportons sur la ligne du temps, les durées successives de nos impressions sensibles conser-

1. *Sur la genèse et la portée des principes de la thermodynamique*, p. 528.

vées par le souvenir, arrivant par là à la conception d'un temps homogène, créant ainsi, selon la remarque de M. Bergson [1], une quatrième dimension de l'Espace. Notre monde semble entraîné sans arrêt sur cette quatrième dimension ; l'intersection de notre Univers avec ce nouvel espace, donne chacun des états successifs de l'ensemble, simultanés pour les diverses parties.

L'instant présent, nous échappant constamment aussitôt que né, ne peut être saisi que d'une manière relative, aussi pour décompter la durée, devons-nous choisir arbitrairement une date du temps, prise comme zéro ou présent relatif ; telles les dates comptées avant ou après la naissance du Christ ; l'ordre du temps n'est pas changé, mais seulement son contenu.

Envisageant le temps en lui-même, on peut se demander s'il ne faut lui attribuer réellement qu'une seule dimension, et ce que pourrait être un temps à deux dimensions ? Représentons-nous l'existence dans un espace à une dimension, comme plus loin on le fera pour un espace à deux dimensions. Ce monde supposé serait comme une

1. *Les données immédiates de la conscience* (Paris, F. Alcan).

ligne, ou un long tube de très petit diamètre, dans lequel les habitants ne pourraient se déplacer qu'en avant et en arrière. L'existence y serait probablement très monotone; il en est autrement si cette ligne est le temps, car il faut marcher sans cesse, le repos n'est pas permis, mais le déplacement ne peut se faire que dans un seul sens, vers l'avenir qui se dévoile peu à peu, à mesure qu'il devient le présent, pour disparaître aussitôt, laissant le souvenir du chemin parcouru.

Si l'habitant de ce monde supposé pouvait, par la pensée au moins, quitter pour un instant sa ligne et s'élever au-dessus d'elle dans le sens d'une seconde dimension, dont il n'a pas l'idée, il pourrait embrasser d'un coup d'œil son ancien domaine, ou du moins une certaine étendue de celui-ci ; il verrait donc en même temps le point présent qui s'avance sans cesse, ainsi que ce qui est derrière et devant, il connaîtrait et vivrait à la fois le passé et le futur.

Cette supposition, d'une seconde dimension du temps, nous conduit ainsi à l'idée de l'Intelligence infinie, pour laquelle il n'y aurait pas de choses passées ou futures, qui les connaîtrait et les embrasserait toutes immuablement, avec leur double

qualité d'être et de non être. Elle met d'accord ceux, si nombreux, qu'a troublés la solution de ce dilemme : « une chose peut-elle être passée ou future pour l'intelligence infinie ? » car le passé et le futur lui étant découverts, l'intersection avec notre monde, qui est le présent, n'en existe pas moins et détermine ainsi le classement de l'avant et de l'après.

Elle vient cependant se mettre en contradiction avec la notion qui est innée en nous de l'idée de temps, mais il faut bien le remarquer, celle-ci n'est pas autre chose, comme le dit Kant, qu'une forme de notre sensibilité, ainsi que toutes les idées d'ailleurs ; or, si l'on veut bien réfléchir à la nature des faits qui intéressent la sensibilité, on voit que celle-ci est souvent prise en défaut, même quand elle pourrait se croire la plus certaine d'elle-même. Il suffit en effet de rappeler que, malgré le sens commun, rien n'existe par exemple dans les corps de semblable à nos sensations de couleur, il n'y a que des vibrations de rhytmes différents, qui viennent frapper la rétine et nous donnent ainsi l'impression de lumière, de même aussi les sensations corporelles que nous pouvons ressentir, ne sont nullement localisées dans les

parties de notre organisme où nous croyons les trouver.

La connaissance du passé peut encore être envisagée à un autre point de vue : si prodigieux, nous le savons, est l'éloignement des étoiles, que leur lumière, malgré sa vitesse immense, nous arrive seulement après un temps fort long ; la lumière de l'étoile polaire, par exemple, met trente années avant de nous parvenir, cette étoile pourrait avoir cessé d'exister depuis moins de trente ans que nous la verrions toujours. S'il était possible de se transporter à cette distance et d'apercevoir ce qui ce passe sur la terre, on n'y verrait pas le présent, mais ce qui se passait il y a trente ans, et en variant l'éloignement on verrait tout le passé.

Nous le voyons même en quelque sorte, car les astres, situés à des distances très différentes, correspondent pour nous à des dates très diverses aussi de l'histoire du ciel, et les phénomènes astronomiques observés au même instant ont eu lieu réellement à des époques, pouvant différer de plusieurs années et même d'un grand nombre de siècles.

« L'aspect du ciel, à une époque donnée, dit Arago, nous raconte pour ainsi dire l'histoire an-

cienne des astres. » L'intelligence infinie, pour laquelle il n'y pas de distances, car pour la pensée il n'y en a pas, peut donc voir le passé comme le présent.

En ce qui concerne l'avenir : « une intelligence, dit Laplace, qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux des plus légers atomes : rien ne serait incertain pour elle et l'avenir comme le passé serait présent à ses yeux. L'esprit humain offre dans la perfection qu'il a su donner à l'astronomie une faible esquisse de cette intelligence. »

Nous ne pouvons évidemment nous élever au-dessus de la ligne du temps, cependant on arrive à la connaissance d'une partie de l'avenir au moins, en tenant compte de la répétition de phénomènes étudiés et connus, dont les lois ont été soumises au calcul (phénomènes astronomiques). Dans le passé, nous pouvons conserver la mémoire de ce que nous avons vu, connaître ce que les autres ont vu dans les temps récents ou anciens

(traditions historiques), ou même deviner, au moyen des restes fossiles et minéraux, ce qui a pu se passer sur la terre dans la période préhistorique et même avant l'apparition de l'homme et des animaux (paléontologie, géologie). L'Étude de ces sciences semble bien dépendre de l'idée de temps, telle au moins que nous la comprenons, sinon dans sa forme abstraite, que nous ne pouvons concevoir.

M. Lechalas[1] dit que la science du temps est la mécanique ; nous ne pensons pas ainsi, car la mécanique étant la science du mouvement, associe d'une manière inséparable les idées d'espace et d'énergie à celle du temps. Nous n'admettrons pas non plus, comme Hamilton le pense, que l'Algèbre doit être la science du temps. Les quantités de l'Algèbre, avec leur caractère abstrait, représentent des nombres, et ces nombres sont eux-mêmes dans leur origine des portions d'étendue. L'Algèbre est, au même titre que la géométrie, une science de l'espace, mais de l'espace à une dimension figuré par une ligne droite et, si cette ligne peut représenter l'idée concrète de

1. *Etude sur l'espace et le temps*, p. 2 (Paris, F. Alcan.)

temps, elle n'est pas le temps lui-même, non plus que la matière, qui occupe une portion d'espace, ne sera pour notre esprit cet espace lui-même. Il faudrait alors admettre la géométrie comme science de la matière, puisqu'elle applique ses procédés à des figures qui, toutes idéalisées soient-elles, n'en empruntent pas moins les formes révélées par les objets matériels. D'ailleurs la généralisation de l'algèbre conduit aux considérations spatiales de plan et de volume.

Tout au contraire les sciences historiques considérées au point de vue le plus général ou, pour mieux dire, les sciences d'observation semblent bien dépendre de l'idée de temps. Il ne faut pas entendre seulement, par sciences historiques, l'histoire de l'humanité, qui n'en est que la plus faible et souvent la plus attristante partie ; il faut y faire rentrer ces sciences qu'Auguste Comte groupe sous le nom d'étude de l'homme : biologie, sociologie, morale ; y comprendre aussi l'histoire de la terre dans ses parties minérale et organisée, celle de l'univers, celle des découvertes scientifiques et des progrès de l'esprit humain.

Grâce à l'étude de ces sciences, par lesquelles nous cherchons à nous rendre compte de ce qui a

été dans le passé et à deviner l'avenir, nous faisons effort pour nous élever, comme l'habitant de l'espace à une dimension, au-dessus de la ligne idéale du temps, lequel semble ainsi prendre une seconde dimension infiniment petite. Chez un être supérieur, un pur esprit, nous l'avons vu, cette limitation n'existerait pas, et dans notre monde, ce sont aussi les plus puissants génies, philosophes et savants, qui ont pu quelquefois réussir à s'élever le plus haut possible au-dessus du domaine du temps, pour deviner les lois de la nature ou les mystères du passé lointain.

Espace. — L'espace, concept de la raison pure, nous paraît immobile, invariable et comme achevé, il ne se modifie pas ainsi que le temps, et non plus que celui-ci n'est révélé par les sens, car il ne se manifeste à nous que par ce qui s'y trouve contenu, c'est-à-dire par les corps matériels ; au moyen de cet intermédiaire, selon les figures et les positions, on arrive à se représenter des portions plus ou moins vastes de l'espace. Alors que l'idée de temps est essentiellement intime et fugitive, l'idée d'espace vient d'impressions extérieures et permanentes.

On est ainsi conduit à donner à l'espace les

trois dimensions qui nous paraissent être un des attributs sensibles de la matière, longueur, largeur, hauteur, formant son étendue ou sa représentation dans l'espace ; cette conception de l'espace est toute relative à notre sensation, non pas même de l'espace, mais de la matière par rapport à l'espace, donc relative au deuxième degré.

L'espace n'est ni matière ni forme, il a au moins autant de dimensions que les corps qui y sont contenus, c'est ce qu'on peut affirmer sans crainte de se tromper, mais qu'il n'en ait pas davantage, rien ne le prouve.

Dans ces conditions, il est permis de se demander si l'espace absolu doit être considéré comme étant à trois dimensions seulement, et comment il pourrait être différent de ce que nous l'imaginons. La question, relativement récente, a été quelquefois traitée, il ne paraît cependant pas inutile d'y revenir, en cherchant à l'exposer le plus simplement possible.

Nous avons, à propos de la représentation concrète du temps, considéré une ligne comme un espace à une dimension, car pour fixer la position d'un point sur cette ligne, à partir d'une origine, un seul nombre suffit, de même une surface est

un espace à deux dimensions, deux nombres, longitude et latitude sur la sphère, déterminent un point, et nous imaginons l'espace qui nous entoure comme étant à trois dimensions, parce que nous pouvons atteindre et représenter chaque point au moyen de trois coordonnées.

Cet espace étant infini dans tous les sens, comment se trouve-t-il limité à trois dimensions ? « Le nombre ternaire est déterminé, dit Leibnitz, non par la raison du meilleur, mais par une nécessité géométrique ; c'est parce que les géomètres ont pu démontrer qu'il n'y a que trois lignes droites perpendiculaires entre elles qui se puissent couper en un même point. » Ainsi, un être imaginaire, construit pour se mouvoir uniquement sur une surface, démontrerait de même que cet espace à deux dimensions est seul possible, parce que ses sens ne lui permettent pas d'en concevoir un autre d'un ordre plus élevé.

Nous n'avons pas le droit de nier tout ce que nous ne concevons pas et, selon l'expression de Turgot, « de donner nos idées pour bornes à l'Univers ». Si rien ne révèle à nos sens l'existence d'un espace à quatre dimensions, si nous ne pouvons pas plus le concevoir directement, qu'un

être plan ne pourrait concevoir notre espace, il n'en faut pas conclure sans examen à son impossibilité.

Le monde extérieur est révélé par l'intermédiaire des organes, on ne saurait le percevoir que selon la constitution de ceux-ci ; nous ne pouvons voir, entendre, toucher, que selon la manière dont se trouvent conformés l'œil, l'oreille ou l'organe du tact ; mais les sens sont imparfaits et ne semblent même pas constitués dans le but de nous donner toute la connaissance de la nature, car ils nous représentent non pas les phénomènes en eux-mêmes, mais seulement nos propres sensations, et seulement aussi des impressions de surface.

Si ces organes étaient construits autrement ou en plus grand nombre, le monde paraîtrait certainement différent, nous pourrions en avoir une idée tout autre. Si même on compare nos sens à ceux de certains animaux, on se trouvera à leur égard dans un état d'infériorité notable ; nous ne possédons ni la vue perçante de l'oiseau de proie, ni l'odorat du chien ; certains sens nous sont même inconnus, tels celui de l'orientation et celui qui prévient la plupart des animaux contre

l'absorption des plantes vénéneuses, bien d'autres aussi sans doute dont nous ne pouvons même pas avoir l'idée.

Nos sens, en résumé, ne nous donnent que des images déformées des phénomènes réels, dont plusieurs ont pu rester longtemps ignorés, parce qu'aucun organe ne nous mettait en rapport direct avec eux, et dont beaucoup d'autres sans doute, peut-être des plus importants, nous resteront toujours inconnus. Nous n'avons pas de sens pour l'électricité, et ses phénomènes, pourtant continuels, ne se révèlent à nous que lorsqu'ils se transforment en d'autres actions pouvant impressionner les sens, chaleur, lumière, bruit, mouvement, etc. C'est pourquoi la connaissance de cette force est relativement récente.

En ce qui concerne l'espace, comme son image n'est donnée que par l'intermédiaire des corps matériels, nous ne pouvons le concevoir que relativement à ceux-ci, et restons sous l'influence des préjugés enracinés en nous par l'éducation et par les sensations. Il est donc sage de ne rien affirmer quant à son état réel et, si l'on veut bien se mettre en dehors de la routine habituelle, réfléchir d'une manière abstraite, sans tenir compte des

idées préconçues et des impressions si souvent trompeuses des sens, l'idée d'un espace plus complet que celui que nous connaissons, l'idée de l'hyperespace, pourra se présenter naturellement à l'esprit.

Lorsque sur le rivage de la mer nous voyons s'éloigner un navire, celui-ci semble d'abord s'abaisser à l'horizon, il disparaît peu à peu, mais ses mâts restent encore visibles jusqu'à ce que l'extrémité supérieure paraisse seule avant de disparaître à son tour. Ce fait aurait dû, semble-t-il, démontrer avec évidence, dans tous les temps, la rondeur de la terre, mais les préjugés sont si tenaces que cette idée, fort simple pourtant, a mis de nombreux siècles pour s'établir comme une vérité indiscutable. Peut-être, de même, l'existence de la quatrième dimension paraîtra-t-elle un jour découler en toute évidence de faits nouveaux, amenés à notre connaissance par le progrès des sciences, ou même de faits anciens, depuis longtemps connus, mais dont on avait négligé certaines conséquences ; ainsi par exemple l'existence de certaines figures symétriques, telles que la main droite et la main gauche, ou encore un objet et son image réfléchie dans un miroir, dont nous aurons occasion de parler.

En étudiant ces figures, Kant remarqua qu'elles sont absolument égales et semblables quant à la disposition de leurs parties, sans pouvoir cependant coïncider ; il en conclut que la forme des corps ne résulte pas simplement de la situation réciproque de leurs éléments, et que notre connaissance ne doit pas, par conséquent, se régler sur les objets[1]. On peut donc se demander si l'espace absolu doit bien, obligatoirement, ne posséder seulement que trois dimensions, ainsi qu'il nous paraît.

Si notre espace est réellement à trois dimensions, cela n'implique pas d'ailleurs, qu'il en soit de même dans d'autres, régions infiniment éloignées, mais il pourrait aussi n'être qu'une section ou une limite d'un espace à quatre dimensions, comme un plan serait contenu à l'intérieur ou placé à la surface d'un volume. La quatrième dimension pourrait alors être perçue dans les limites de l'infiniment petit, et c'est là en effet, où il y aurait peut-être quelques chances de l'atteindre.

Avant d'arriver à la théorie de l'Hyperespace, il

1. *Kant*, par Th. Ruyssen, p. 56.

faut étudier d'abord les idées de matière et d'énergie qui complètent, avec celles de temps et d'espace, le tableau de l'univers ; on examinera ensuite les conditions d'un monde surface à deux dimensions, car ainsi qu'on le verra, lorsque le sujet sera traité au point de vue géométrique, c'est par la connaissance seulement de l'espace immédiatement inférieur, qu'il est possible de s'élever de degré en degré à celle des espaces supérieurs.

La science qui paraît découler le plus directement de l'idée d'espace est la Géométrie, mais il n'en est pas autrement pour l'Algèbre, l'Arithmétique et toute la science mathématique d'une manière générale, c'est-à-dire toutes les sciences de raisonnement. Ainsi que le dit M. de Freycinet : « L'espace est le domaine des sciences qui, négligeant le changement, cherchent les rapports éternels des choses. »

CHAPITRE IV

MATIÈRE ET ÉNERGIE

L'idée de matière paraît tout d'abord plus simple, plus accessible et plus facile à comprendre que les idées de temps, d'espace ou d'énergie. On a l'habitude en effet d'entendre par matière « tout ce qui tombe sous les sens » ; et les sens, constituant avec la raison les seuls moyens d'investigation à notre portée, pourront nous permettre peut-être de nous rendre compte de sa nature.

Il n'en est rien cependant : nous ne pouvons même pas définir la matière, ni savoir au juste ce qu'elle représente ; elle a donné sujet aux hypothèses les plus variées et les plus contradictoires.

Quelques philosophes, tels que Berkeley, Hobbes, ont été jusqu'à nier son existence réelle, et vouloir en faire une abstraction pure de l'esprit ; mais cette conception semble contraire à l'évidence même, ainsi qu'à toutes les données

des sciences physiques; d'autres veulent la confondre avec l'énergie, qui devient sa propriété essentielle, sa forme même, dont elle ne représente plus que des points nodaux ou centres de vibrations. Négligeant ces conceptions, intéressantes sans doute, en ce qu'elles indiquent la variété des vues de la pensée, on traitera la matière, d'accord avec le sens commun, comme une réalité, au moins en ce qui nous concerne.

La matière semble douée de certaines propriétés essentielles qu'il est nécessaire d'examiner, afin de voir si elles sont bien réellement telles qu'elles paraissent, et peuvent servir à une définition empirique.

Étendue et Impénétrabilité. — L'étendue et l'impénétrabilité des corps sont les résultats de ce fait que les corps sont situés dans l'espace, produisent leur espace, que nous voyons donc autant de lieux occupés que de corps distincts. Ainsi le toucher qui occupe un emplacement spatial ne peut agir qu'en surface, mais on comprendrait qu'un autre sens, comme la vue, puisse pénétrer la matière, comme cela se produirait dans l'hypothèse d'un monde plan et par rapport à celui-ci.

Les corps sont discontinus, et le vide, souvent

plus considérable que le plein, est variable aussi avec la température ; nous n'avons donc pas sous les yeux l'étendue réellement occupée par eux, nous ne voyons qu'une forme affectée par un assemblage de particules, plus ou moins distantes les unes des autres. On ne peut donc pas dire dans ces conditions, que cette étendue, telle que nous la concevons, est essentielle à la matière, puisque si la matière était condensée sans intervalles, elle occuperait un volume tout autre, bien moindre et invariable ; mais à cet état, l'idée même de matière semble disparaître. Si on veut simplement exprimer, ce qui est indéniable, qu'un corps occupe une portion de l'espace, il faut ajouter que l'étendue, réellement occupée par lui dans l'espace, nous est inconnue.

De plus pour que l'étendue, telle qu'on la comprend, soit propriété essentielle, il faut que l'impénétrabilité existe d'une manière absolue et non pas seulement pour les sens. Or, si dans un mélange de deux corps A et B, les éléments de A ne cessent pas évidemment d'exister à côté des étéments de B, il peut en être tout autrement dans le cas d'une combinaison ; les éléments A et B cessent alors d'exister, disparaissent et donnent

naissance à un autre élément distinct C. Il n'y a plus deux places, occupées par le corps A et par le corps B, il n'y en a plus qu'une seule, occupée par le corps C ; la portion remplie de l'espace, c'est-à-dire le volume total, est resté le même ou bien s'est modifié, les deux corps A et B n'en occupent pas moins un seul et même lieu.

M. Kozlowski, dans un article sur « la combinaison chimique au point de vue de la connaissance », dit que : « la combinaison chimique a lieu lorsque deux ou plusieurs corps occupent une seule et même place[1] ». Il faut donc admettre autre chose qu'une pénétration même complète, impliquant toujours, pour chacun des éléments des deux corps, un emplacement spatial séparé ; il est de toute nécessité, selon l'idée même de l'étendue rapportée à la sensation, si les deux corps A et B occupent réellement une seule et même place, qu'ils se trouvent en quelque sorte juxtaposés suivant une nouvelle direction inconnue des sens, par conséquent distincte des trois directions connues ; cette juxtaposition se serait donc produite dans le 4e espace ; de cette manière

1. *Bibliothèque du congrès international de philosophie*, t. III, p. 536.

seulement, les corps peuvent occuper réellement la même place dans le 3e espace.

Anticipant un peu sur la supposition du monde surface traitée au chapitre suivant et, pour mieux faire comprendre cette idée de la combinaison ; imaginons les deux corps A et B se manifestant dans un plan ; s'ils sont à l'état de mélange, leurs éléments sont voisins les uns des autres, ils peuvent même se pénétrer et seront toujours distincts ; si, au contraire, les éléments de A et de B se trouvent superposés l'un à l'autre, c'est-à-dire unis dans le sens d'une 3e direction, en dehors du plan, un corps nouveau et différent se manifeste dans le plan, son poids A + B est le seul indice qui rappelle les éléments origine : A et B occupent bien réellement le même emplacement superficiel.

De même, en supposant que les derniers éléments, atomes ou molécules de deux corps, soient juxtaposés selon une 4e direction, distincte des trois directions connues, on obtiendrait ainsi un corps du 3e espace, distinct des deux premiers qui occuperaient bien exactement le même emplacement dans cet espace. Étendue et impénétrabilité sont donc des propriétés purement apparentes de la matière.

De plus, lorsqu'on veut mesurer les corps, on leur donne trois dimensions, hauteur, longueur et largeur, mais en réalité, pour nous, pour nos sens et leurs investigations les plus profondes, la matière n'est toujours que surface, et n'a donc que deux dimensions, nous ne voyons et ne touchons jamais que des surfaces. La troisième dimension n'est pas en réalité directement perçue, elle est seulement déduite de faits d'expériences sensibles, visuelle ou tactile, et devient une hypothèse indispensable pour l'explication de ces faits.

C'est même pour cela que nous sommes incapables de connaître réellement la matière, car la raison, liée aux sens, ne pouvant avec eux agir qu'en surface, n'a pas non plus la faculté de pénétrer l'essence des choses.

Prenant un corps quelconque, on peut le briser en fragments excessivement petits, mais on ne verra ou ne touchera jamais que des surfaces, en le réduisant même en ses éléments, on n'atteindra jamais plus loin que des surfaces. Les gaz, les liquides ou les solides ne nous laissent pas voir leur nature intime, et ne se présentent à nous que comme une sorte de poussière de molécules plus ou moins agglomérées.

Mobilité et pesanteur. — La mobilité et la pesanteur semblent bien, à première vue, appartenir en propre à tous les corps et pouvoir servir à définir la matière. Si l'on fait abstraction du frottement initial, c'est-à-dire de l'influence des corps voisins, tout corps est mobile, le moindre effort suffit pour produire un mouvement. La mobilité d'un corps, ou son aptitude à recevoir le mouvement, est en raison directe de l'effort, et, pour une même intensité d'effort, inversement proportionnelle à sa masse.

Tous les corps paraissent pesants, on a même voulu quelquefois définir la matière : « tout ce qui pèse », mais, pour un même corps, le poids est variable selon la force d'attraction, dont il n'est que la conséquence : un litre d'eau, qui pèse 1 kilogramme à la surface de la terre, serait environ 6 fois moins lourd à la surface de la lune, et 27 fois plus lourd s'il pouvait être transporté sur le soleil.

Sur la terre même, le poids d'un corps est variable selon l'altitude et l'emplacement ; le rayon terrestre étant plus court aux pôles de 22 kilomètres environ qu'à l'équateur, la différence d'action de la pesanteur est de $\frac{1}{194}$; à Paris cette

différence est de $\frac{1}{350}$ ou 285 grammes par 100 kilogrammes, c'est-à-dire qu'un lingot, pesant à l'équateur 100 kilogrammes, pèserait à Paris $100^{kgr},285$, au pôle $100^{kgr},515$, en ne tenant compte que de l'aplatissement de la terre.

L'attraction peut aussi être annulée par une force antagoniste, ou atténuée comme par la force centrifuge, due au mouvement de rotation de la terre ; cette dernière force est nulle aux pôles et maxima à l'équateur où elle diminue les poids dans la proportion de $\frac{1}{289}$. Si la terre était immobile, un corps qui à l'équateur pèse actuellement 289 kilogrammes, en pèserait 290. « On a calculé que si la terre avait une rotation 17 fois plus rapide, c'est-à-dire si elle faisait sa rotation en 1 heure 24 minutes, la force centrifuge deviendrait assez grande pour détruire l'effet de la pesanteur, de telle sorte qu'un corps placé à l'équateur cesserait de peser[1]. »

La pesanteur peut donc varier, même disparaître, mais partout où elle existe, elle produira

1. Em. Ferrière. *La matière et l'énergie*, p. 260. (Paris, F. Alcan.)

toujours sur différents corps, de même que toute autre force extérieure, et quelle qu'en soit l'intensité, des effets proportionnels aux masses ; c'est-à-dire que la proportionnalité est constante entre celles-ci et les poids des corps.

Cette identité d'action, entre les forces extérieures et la pesanteur, semble toute naturelle par suite de l'habitude, mais n'en est pas moins remarquable, même tout à fait imprévue ; toutes les autres forces de la nature que nous connaissons, chaleur, électricité, affinité, etc., ont en effet sur différents corps des actions variables, pouvant dépendre de la nature de substance particulière à chacun d'eux, mais indépendantes de la masse.

Celle-ci reste absolument invariable dans toutes les circonstances, elle rend compte à la fois de la mobilité et de la pesanteur d'un corps, et paraît bien une propriété essentielle et inhérente à la matière, qui lui appartient réellement. M. de Freycinet, dans ses essais sur la Philosophie des sciences, s'exprime ainsi : « Si j'avais à définir la matière, je dirais : la matière est tout ce qui a de la masse ou tout ce qui exige de la force pour acquérir du mouvement. »

Mais en réduisant même la matière à l'idée plus simple de masse, celle-ci reste encore relative à la masse choisie comme unité, relative aussi, non pas même à l'idée de force en général, mais à l'idée d'une espèce particulière de force prise arbitrairement, extérieure au corps matériel. On aurait pu tout aussi bien faire intervenir une autre force pour différencier les corps entre eux, telle l'action chimique ou l'action de la chaleur ; la nouvelle notion changerait absolument de caractère, donnant la proportionnalité, dans le premier cas, aux poids atomiques selon lesquels les corps se combinent entre eux, dans le second cas, aux chaleurs spécifiques. La notion de masse, telle qu'elle existe, et bien qu'elle serve à définir la matière, peut donc être considérée, non seulement comme relative, mais encore comme arbitraire.

La masse est définie, d'après Poisson, « la quantité de matière dont un corps est composé ». Mais cette quantité, pour des corps de matières différentes, ne présente rien de bien net à l'esprit, puisqu'il n'a pas encore été possible de démontrer l'unité de la matière, supposée dans cette définition, d'après l'égalité reconnue de l'action de la

pesanteur sur tous les corps. La masse d'un corps est révélée de la manière la plus simple par son poids, elle est le quotient du poids par l'intensité de la pesanteur.

Théorie atomique et unité de la matière. — Bien des hypothèses ont été faites sur la structure intime de la matière ; les deux principales sont relatives à son unité et à son morcellement limité.

Par suite de considérations tirées surtout de la loi des proportions définies et multiples selon lesquelles les corps se combinent entre eux, il est admis aujourd'hui, au moins en théorie, que la matière n'est pas divisible indéfiniment ; on a donné le nom d'atomes aux dernières particules des corps simples, de molécules à celles des corps formés du groupement de plusieurs atomes.

Les corps se trouveraient alors composés de milliards d'atomes et de molécules, excessivement petits, donc invisibles, qui ne se touchent pas et sont en mouvement perpétuel les uns par rapport aux autres, soumis à la fois à la force d'attraction qui tend à les rapprocher et à une force de répulsion ayant pour cause apparente la chaleur ;

leurs distances, bien que très petites, peuvent être cependant très grandes relativement aux dimensions des atomes, elles sont évidemment plus grandes pour les gaz que pour les solides et les liquides.

On a quelquefois comparé le monde infiniment petit des atomes au monde immense où roulent les astres ; le mouvement existe dans l'un comme dans l'autre et, loin de nuire à l'équilibre et à la stabilité, l'assure au contraire, comme pourrait le démontrer l'exemple de la toupie ou de la bicyclette dont le mouvement seul conserve l'équilibre.

Cette théorie des atomes remonte aux premiers temps de la civilisation et n'était alors qu'une hypothèse sans fondement, tandis qu'elle est basée maintenant sur les données scientifiques, bien qu'il ne soit pas possible cependant de rien affirmer d'absolu à son sujet, ne pouvant connaître ni la nature une ou multiple des atomes, leur forme, leur groupement, ni leur mode de mouvement. Cependant elle se trouve en opposition avec certains faits reconnus : les atomes constituant les parties ultimes et indivisibles des corps, ne peuvent être néanmoins sans étendue, comme, selon le raisonnement de Pascal, il en serait pour les

indivisibles théoriques de l'espace et du nombre qui, n'ayant pas de parties, ne sauraient former un ensemble.

L'atome devrait avoir de l'étendue, mais pas de parties, puisqu'il est indivisible ; on ne peut donc se le figurer que parfaitement dur et dépourvu de toute élasticité, car cette dernière propriété implique mouvement des parties, et l'atome, n'ayant pas de parties distinctes, par hypothèse, ne peut être élastique. Or, d'après M. Stallo [1], ces propriétés des atomes sont en contradiction formelle avec certaines théories fondamentales de la physique moderne, telle que la théorie cinétique des gaz. « Les plus hautes autorités scientifiques sont également explicites en déclarant que l'hypothèse de la constitution atomique ou moléculaire de la matière est en conflit avec la doctrine de la conservation de l'énergie, à moins que les atomes ou molécules ne soient supposés parfaitement élastiques. » Malgré ces contradictions, on conserve la théorie des atomes parce qu'elle est commode, et même qu'elle pourrait se trouver cependant exacte, non pas d'une manière absolue, comme il a été

1. *La matière et la physique moderne*, p. 24 (Paris F. Alcan).

montré, mais du moins relativement à nos moyens d'action.

C'est une nouvelle hypothèse qui vient s'ajouter à celle des atomes ; ceux-ci, tout en restant toujours les moindres parcelles de matière qu'il soit possible d'obtenir, n'en seraient pas moins formés de condensations diverses de particules plus petites d'une matière unique. Ces condensations se sont peut-être produites selon la 4e direction inconnue à nos sens, pour former les corps appelés simples, et c'est pourquoi les moyens d'action dont nous pouvons disposer ne nous permettraient pas de rompre ou de reconstituer ces groupements particuliers.

Certains savants ont essayé de calculer, en partant de diverses considérations, l'écartement et les dimensions des atomes. Le célèbre physicien anglais Sir William Thomson s'exprime ainsi dans un article de la *Revue scientifique* (mars 1872) : « Le diamètre des molécules gazeuses ne doit pas être moindre que 5 dix-millionièmes de millimètres ; quant aux solides et aux liquides, la distance entre deux molécules doit varier de 14 dix-millionièmes à 46 dix-millionièmes de millimètre. Pour nous faire une idée de la ma-

nière dont les corps sont constitués, figurons-nous une goutte de pluie, et supposons-la grossie jusqu'à égaler le volume de la terre, supposons que les atomes dont elle est constituée soient grossis dans la même proportion. La sphère aqueuse ainsi obtenue sera composée de petites sphères (atomes) plus grosses que des grains de plomb, mais plus petites que des oranges. »

L'analyse spectrale fournit quelques arguments à l'appui de l'unité de la matière. M. Lockyer a analysé la lumière provenant de différents corps portés à des températures de plus en plus élevées, il a continué par l'étude des mêmes spectres provenant des étoiles et du soleil, qui peuvent être considérés comme des foyers à très haute température et d'intensité variable. Il a constaté ainsi que les foyers à température la plus élevée qu'on puisse connaître, c'est-à-dire les étoiles à lumière blanche, ne contiendraient guère que de l'hydrogène libre ; à une température moins élevée, étoiles à lumière jaune, telles que notre soleil, on trouve divers métaux avec l'hydrogène, enfin dans les étoiles rouges, qui sont les moins chaudes, l'hydrogène disparaît presque complètement, et les métalloïdes sont combinés

avec les métaux. Tous les corps simples, métalloïdes d'abord et métaux ensuite, sembleraient donc se dissocier en hydrogène à des températures de plus en plus élevées ; l'hydrogène pourrait être la matière unique, à moins qu'il ne soit déjà lui-même une condensation de la matière primitive, ou de l'éther comme on l'a supposé. D'autres considérations ne semblent cependant pas d'accord avec cette théorie qui prendrait quelque probabilité si on pouvait arriver à décomposer directement quelques-uns des corps simples[1].

La science qui s'occupe de la structure intime de la matière, et permet de pénétrer le plus avant possible dans sa constitution, est la Chimie. Ses progrès, considérables dans le dernier siècle, ont permis d'arriver à des résultats certains dans la connaissance des lois qui président aux transformations des corps matériels.

Énergie. — On entend par énergie l'ensemble des différentes forces naturelles ; nous pouvons constater certaines manifestations des forces, pesanteur, chaleur, combinaisons chimiques, etc., mais ne pouvons nullement comprendre ce que

1. Voir E. Ferrière. *La matière et l'énergie*.

c'est que l'énergie ; il semble raisonnable de croire que si certaines de ses formes sont entrées dans notre connaissance, il en est beaucoup d'autres qui nous sont encore inconnues.

La notion de force prend naissance dans l'esprit par suite de l'effort que nous devons faire pour mouvoir les corps, bien que cette action n'ait, très probablement, aucun rapport avec les modes de propagation des forces de la nature, et que nous ne puissions même pas connaître la cause immédiate de nos mouvements. Nous n'avons en réalité aucune idée précise sur la nature des forces, nous ne savons guère mieux comment elles se transmettent, et ne pouvons les connaître que par les effets qu'elles produisent.

Il faut donc se contenter d'étudier les forces par leurs effets ; la matière ayant été représentée par la notion de masse M, une force extérieure, agissant pour lui imprimer un mouvement dans l'espace, est mesurée par l'accélération G qu'elle lui communique, ou l'accroissement que reçoit la vitesse dans l'unité de temps, elle est donc représentée par le produit MG.

Quelques philosophes ont voulu faire de l'éner-

gie une propriété essentielle de la matière et tirer de cette hypothèse des arguments dits matérialistes. Nous ne pensons pas que cette conception soit rationnelle : les forces agissent en effet sur la matière, car on ne saurait comprendre qu'elles puissent agir autrement (il leur faut bien un point de départ et un point d'application), elles peuvent sembler contenues en elle, mais de la même manière que la matière est contenue dans l'espace, et jamais on n'a eu l'idée cependant de faire de la matière une propriété de l'espace.

La quantité de matière peut varier, dans une étendue donnée, de même la quantité d'énergie, latente ou sensible, contenue dans une même matière. Cette variation indique qu'à la limite on pourrait concevoir, au moins d'une manière abstraite, un espace sans matière et une matière privée de toute énergie. Nous ne pouvons, il est vrai, nous représenter les forces que par leur action sur la matière, c'est-à-dire lorsqu'elles se manifestent par les phénomènes.

Les seules notions précises que nous possédions sont que l'énergie, comme la matière, ne peut être ni créée ni anéantie, l'une et l'autre n'éprouvent que des changements de forme, la quantité

totale reste constante. La conservation, ou immortalité de l'énergie, s'impose au même titre que la conservation de la matière ; toute manifestation d'énergie détermine une chaîne sans fin de transformations consécutives, tout mouvement dans la nature provient d'un mouvement antérieur, et est lui-même la cause d'un mouvement de même valeur de sorte qu'il n'y ait jamais aucune perte ni aucun gain.

Aucun mouvement dans la nature ne se produit de rien ni ne se transforme en rien, dit M. L. Büchner[1] « tout mouvement puise sa raison d'être dans une provision de force incommensurable, toujours identique avec elle-même, et rend, plus tôt ou plus tard, d'une manière quelconque à l'ensemble la quantité de force qu'il lui avait empruntée, et non pas seulement à un point de vue général, mais d'après des principes tout à fait spéciaux d'équivalence et d'équilibre. Un phénomène de mouvement peut être latent, c'est-à-dire passer à un état sous lequel il paraît se dérober à nos sens, il n'est cependant pas perdu pour cela, il se transforme seulement en d'autres états de force

1. *Science et nature,* (Immortalité de la force) p. 63.

différents pour la qualité, mais équivalents, d'où il sortira de nouveau plus tard sous une autre forme quelconque. Le frottement peut se transformer en chaleur, en lumière, en électricité, y persister et en ressortir de nouveau plus tard sous forme de frottement ou sous une autre forme quelconque de mouvement. D'après cela il pourrait sembler qu'il n'existe qu'une seule force première, qui est éternelle, et que les forces isolées qui nous sont connues, ne sont que différentes manifestations et différents états de cette force première dont elles se séparent, tantôt sous une forme, tantôt sous une autre, mais présentant toujours la même valeur, et à laquelle elles finissent toujours par revenir. »

S'il n'a pas encore été possible de faire rentrer toutes les forces dans le même cadre et de démontrer ainsi leur unité, on a pu cependant identifier quelques-unes d'entre elles. La pesanteur à la surface de la terre et la gravitation des astres sont deux formes de l'attraction universelle, dont l'affinité chimique, ou attraction entre les molécules, semble bien aussi dérivée. La lumière, la chaleur et l'électricité sont sans doute aussi des manifestations analogues d'une même force.

On sait que l'action de l'énergie se transmet entre la terre, le soleil et les différents astres, tout au moins sous la forme de l'attraction universelle et comme phénomène visible sous la forme de lumière. Or, en rapportant cette idée à la sensation et à l'expérience, on s'aperçoit qu'il n'est possible de concevoir, ni une transmission de force à distance à travers le vide et sans intermédiaire, ni cette transmission s'opérant autrement que par l'action d'une pression, par le contact d'un corps sur un autre ; même lorsque le mode d'action de la force échappe absolument, comme pour la pesanteur, il faut toujours le déduire d'une impression sensible.

Newton, qui a révélé l'attraction universelle, a toujours évité avec soin de laisser croire qu'il pouvait considérer la pesanteur comme un attribut essentiel et inséparable de la matière ; sans vouloir deviner la nature de l'agent qui produit ce phénomène, il a toujours pensé qu'il ne pouvait être expliqué que par les principes du choc ou de la pression. Dans une lettre à Bentley (1756) souvent citée, il s'exprime ainsi : « que la gravité soit inhérente et essentielle à la matière, de telle sorte qu'un corps puisse agir à distance sur un

autre à travers le vide, sans l'intervention d'un autre élément, par lequel et au travers duquel, les actions mutuelles et les forces seraient transportées de l'un à l'autre, me semble une telle absurdité, que j'estime qu'aucun homme doué de la faculté de penser et de réfléchir à ces questions philosophiques ne pourrait faire une pareille supposition. »

Il a donc fallu nécessairement admettre l'hypothèse d'un milieu ou fluide élastique et résistant, répandu dans tout l'espace visible, auquel on a donné le nom d'éther, chargé de transmettre l'énergie par ses vibrations. On a pu penser qu'il était peut-être formé de la substance de la nébuleuse primitive ayant donné naissance à notre système planétaire ; les molécules de la matière seraient alors formées d'agrégations plus ou moins compactes de ce même éther. Quoi qu'il en soit, il faut supposer que ce fluide doit être répandu, non seulement dans les espaces planétaires, mais encore partout, jusque dans l'intérieur des corps, entre les molécules qui par son intermédiaire reçoivent ou transmettent leurs vibrations.

L'hypothèse de l'éther n'est pas la seule qui ait été présentée pour essayer de rendre compte de la transmission de l'énergie ; elle est du moins

la plus simple et la plus généralement admise par les physiciens, mais est loin de se montrer parfaite et de pouvoir même se justifier entièrement pour les phénomènes de la gravitation.

Toutes les forces rayonnantes se trouvent assimilées à des ondulations de l'éther, mais leur diversité d'action ne permettrait pas d'admettre un éther unique homogène et uniforme. L'attraction en particulier se montre bien différente de toutes les autres forces, elle n'est arrêtée, ni modifiée en aucune façon, par l'interposition de la matière; tous les corps sont, comme on l'a dit, absolument transparents à la gravitation. En outre, selon la remarque d'Arago : « si l'attraction était le résultat de l'impulsion d'un fluide, son action devrait employer un temps défini à traverser les immenses espaces qui séparent les corps célestes, tandis qu'il n'y a aucune raison de douter qu'elle soit instantanée ».

M. Stallo s'exprime ainsi dans son ouvrage précédemment cité (p. 84) : « non seulement l'éther luminifère supposé est inefficace comme milieu pour la production et la propagation des phénomènes électriques, de sorte, que pour ceux-ci on doit admettre un éther électrifère distinct remplis-

sant l'espace, mais encore il est très discutable que la supposition d'un seul milieu éthéré soit capable de rendre compte de tous les faits connus en optique. »

L'accumulation de ces milieux éthérés distincts, dans le même espace, semble mettre en défaut l'hypothèse première, qui s'accorde cependant avec les phénomènes mieux connus de la lumière, paraissant devoir être attribués réellement à des vibrations, dont on a même pu calculer l'amplitude et le nombre; celui-ci, pour les différentes couleurs visibles depuis le rouge jusqu'à l'extrême violet, serait compris entre 500 et 800 trillions de vibrations par seconde.

Ces vibrations de la lumière, qui se propagent avec une rapidité de 300 000 kilomètres à la seconde, peuvent traverser les corps de faible densité, tels que les gaz ou même certains corps liquides ou solides transparents, sans doute à cause de l'écartement ou de la disposition particulière des molécules, mais en rencontrant les corps matériels, quelques-unes se modifient sous leur influence, leur transmettent une partie de leur énergie et donnent naissance à de nouvelles vibrations plus lentes, qui sont celles de la chaleur obscure, et

deviennent perceptibles lorsque leur nombre atteint environ 65 trillions par seconde. Chaleur et lumière sont donc absolument analogues, mais nos sens nous les font percevoir de différentes façons. Selon l'expression du savant anglais, M. Thomson : « il y a des qualités de la chaleur radiante que nous voyons, nous les qualifions alors de lumière ; il y en a d'autres que nous ne voyons pas ; dans ce cas nous ne les appelons pas lumière, nous leur conservons le nom de chaleur radiante. »

Ces deux phénomènes, qui nous semblent cependant d'une certitude si bien établie, n'existent donc pas réellement en eux-mêmes, ce ne sont que des apparences et uniquement des faits physiologiques, par lesquels différentes fibres nerveuses peuvent être impressionnées par certains rythmes de vibrations ; nous en ressentons des impressions particulières transmises, soit par la rétine, soit par la surface du corps, et c'est ce qui constitue pour nous la lumière ou la chaleur.

L'œil est construit de telle sorte qu'il peut enregistrer les vibrations de l'éther, seulement dans les limites indiquées plus haut, ces vibrations se traduisent par des impressions lumineuses, mais en deçà comme au delà l'impression cesse ;

il n'y a plus de lumière pour l'œil, bien que les vibrations soient néanmoins existantes ; quelques-unes peuvent être perçues comme chaleur, d'autres n'ont aucune signification pour les sens.

L'homme a pu étendre le domaine de sa vue depuis le très petit, par le microscope, jusqu'à l'excessivement éloigné, au moyen du télescope, mais ne peut faire que sa rétine, construite pour recevoir seulement certaines vibrations, soit impressionnée par d'autres, dont la plaque photographique cependant indique clairement l'existence.

Nous constatons donc, une fois de plus, combien nos sensations se meuvent dans d'étroites limites et sont insuffisantes pour rendre compte des phénomènes de la nature. Les perfectionnements de plus en plus grands des sciences aboutissent surtout à démontrer combien l'horizon reste forcément limité.

La science qui étudie les différentes forces est la Physique ; elle forme avec la Chimie le groupe des sciences expérimentales proprement dites, dont le but est la connaissance des lois générales des phénomènes. D'autres sciences, comme la mécanique et l'astronomie, se rattachent à la fois à ce groupe de sciences et aussi à ceux des sciences d'observation et de raisonnement.

CHAPITRE V

UN MONDE SURFACE

L'imagination peut concevoir sans peine un monde limité à deux dimensions, ou monde surface, en faisant toutefois les abstractions nécessaires, et cette vue aidera à remonter à la conception d'un monde présentant plus de trois dimensions.

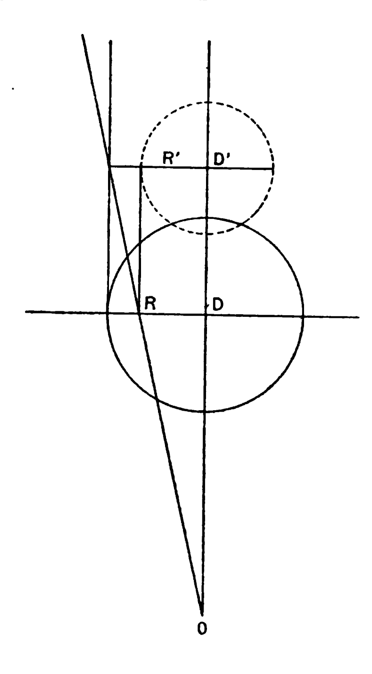
Figurons-nous d'abord une surface qui, seulement pour simplifier et fixer les idées, serait plane et verticale. Sur cette surface, les habitants imaginaires peuvent se déplacer, mais n'ont aucunement conscience de la troisième direction, normale à leur plan ; ils n'ont donc eux-mêmes, soit que deux dimensions, soit, pour nous les mieux représenter et n'en pas faire des abstractions purement géométriques (surfaces sans épaisseur), une troisième dimension infiniment petite

et inconnue pour eux ; ils sont ainsi censés ne pouvoir se déplacer qu'entre deux plans parallèles infiniment rapprochés.

Sur cette surface imaginons un très grand cercle qui représentera pour eux la terre, avec une atmosphère autour et une force d'attraction au centre de cette terre ; les êtres plans pourront se mouvoir sur la circonférence du cercle, pénétrer un peu à l'intérieur et s'élever même, pour circuler en passant les uns au-dessus des autres, comme font les oiseaux, mais toujours, bien entendu, sans sortir de leur plan. Nous pouvons, pour les éclairer, leur supposer un soleil disque, autour duquel la terre tournerait, et des astres variés, toujours vus par eux dans leur plan.

Remarquons que si ce soleil et ces astres étaient à trois dimensions, les habitants, ne pouvant rien concevoir en dehors de leur plan, verraient seulement le contour linéaire de la surface plane, section de ces corps par leur plan, de même que nous apercevons seulement le contour superficiel des différents astres. De plus si ces corps sont semblables à des sphères et animés d'un mouvement dans le sens de la troisième direction, normale au plan, les diamètres sembleront varier de

grandeur : les disques paraîtront donc s'éloigner ou se rapprocher, selon que le diamètre apparent



semblera diminuer ou au contraire augmenter ; les rayons apparents seront en raison inverse des distances $\frac{R}{R'} = \frac{OD'}{OD}$.

Supposons d'abord, pour fixer les idées, une sphère de rayon R se déplaçant d'un mouvement

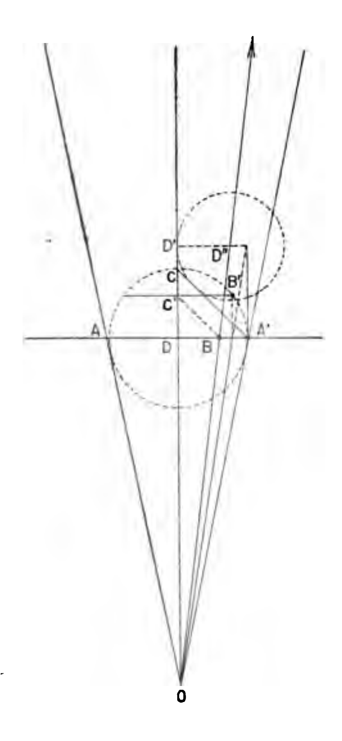
uniforme, dans une direction perpendiculaire au plan en D : lorsque la sphère arrive, en contact avec le plan, l'observateur placé sur la surface, en aperçoit d'abord le point de tangence, puis une circonférence qui grandit assez rapidement, plus lentement ensuite, jusqu'à atteindre un diamètre maximum 2R et décroître en suivant les mêmes phases en sens inverse.

Pour l'être plan qui observe de loin le phénomène, l'apparence est celle d'un disque circulaire, d'un astre, par exemple, arrivant de l'infini sur la ligne DD′, s'approchant à la distance OD et s'éloignant pour disparaître ensuite ; si la sphère oscille simplement de part et d'autre du plan, sans le quitter, le disque paraîtra se rapprocher et s'éloigner tour à tour.

Mais comme les distances où se produit le phénomène sont immenses, il est impossible d'en mesurer les variations ; l'éclat seul de ces astres paraît se modifier. Le premier cas sera donc analogue à l'apparition des étoiles dites temporaires ; le second représentera les étoiles à variations périodiques.

On peut supposer aussi que la sphère arrive obliquement sur le plan. Les centres des circonfé-

rences successives, intersections du plan et de la sphère, décrivent alors une portion de ligne droite ou courbe AA'; les extrémités de cette ligne cor-



respondent aux points de tangence de la sphère à l'entrée et à la sortie ; en joignant A et A' à la position de l'observateur O, on a deux asymp-

totes entre lesquelles la courbe apparente du centre du disque paraît venir de l'infini, se rapprocher, s'éloigner et disparaître. Le phénomène pour l'être plan sera analogue à ce qu'est pour nous le trajet de certaines comètes[1].

Le monde plan repose sur une surface qui lui sert à la fois de support et de contenant ; il s'y trouve maintenu et ses diverses parties peuvent s'y mouvoir, sans qu'aucun frottement vienne mettre obstacle au mouvement. Cette surface, vis-à-vis de ce monde, remplit un rôle analogue à ce que doit être, pour nous, l'éther hypothétique des physiciens, élastique et rigide à la fois, transmettant les diverses influences ou vibrations.

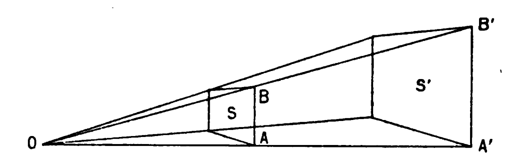
Les corps ou les parties des corps, qui ne sont pas dans l'espace plan, ne peuvent pas être visibles pour l'être plan, dont les sens sont incapables de rien percevoir en dehors de son espace, mais certaines radiations, non perçues par les sens, comme pour nous celles de l'électricité, pourront arriver peut-être sur la surface, par le moyen de la 3e dimension.

1. Le point C étant venu en A' la sphère est réduite à son point de tangence. La direction O B correspond à un rayon apparent C' B' et celui-ci à une distance O D' comptée dans la direction O B le disque paraîtra donc en D''

Cette surface représente l'univers entier dans son immensité, pour les êtres qui l'habitent ; ils ne peuvent donc, de toute nécessité, avoir nulle conscience de la force les maintenant en contact avec elle et les empêchant d'en sortir ; force qui n'aura par conséquent aucune action directe sur eux ni sur les particules de leur matière. Quant à nous, nous pouvons supposer cette adhérence produite par une attraction, soit de la surface elle-même, soit de corps placés en dehors dans la troisième direction.

Mais, par contre, les êtres plans se rendront compte de la force de gravité, vers le centre de leur terre plate, et des diverses attractions de leur univers, qu'ils pourront même exprimer par des lois analogues aux nôtres. Ainsi dans notre monde actuel, la lumière ou les forces émanant d'un point et réparties dans les trois directions, arrivent nécessairement sur les diverses surfaces, avec une intensité inversement proportionnelle au carré de la distance, tandis que dans le monde surface, les forces arriveront sur les différentes lignes, avec une intensité inversement proportionnelle à la distance seulement : la figure ci-contre le fait comprendre facilement ; si dans le plan, la ligne A'B'

est double de AB, pour une distance $OA' = 2OA$, la surface S′ sera quadruple de S. $S' = S \times 2^2$.



M. C.-H. Hinton consacre au monde plan un chapitre de son ouvrage si attrayant, « Scientific romances », en voici le début, très imagé, mais nous ne le suivrons pas dans la description du caractère, des mœurs et des coutumes des habitants de ce monde à deux dimensions.

« Au delà des espaces où les rayons du soleil, effleurant la terre au mois de janvier, vont plus loin disparaître et se perdre dans les ténèbres, se rencontre un monde étrange. C'est une immense bulle qui paraît soufflée d'une substance, en quelque sorte semblable au verre, mais opaque et beaucoup plus dure, et cette bulle, immense au delà de toute comparaison consiste, telle une bulle de savon, en une pellicule distendue et cohérente.

« Dans le cours des âges, la poussière des espaces est tombée en couche mince sur la surface si complètement lisse, que cette poussière

glisse sur elle, se condense ou se groupe selon son attraction même ou ses mouvements. Elle est maintenue sur la surface polie par l'attraction de la vaste pellicule, mais, sauf cela, peut se mouvoir librement dans chaque direction.

« Il s'est produit, çà et là, des condensations, lorsque ces masses flottantes se sont réunies pendant le cours des siècles ; de vastes disques ardents ont été formés ; mais leur lumière n'arrive pas jusqu'à notre univers, car ce monde est situé bien loin au delà de l'éther et, quelque chaudes et brillantes que soient ces masses, s'il n'est aucun milieu pour transmettre les vibrations, leur action ne peut se faire sentir.

« La chaleur, la lumière et l'agitation intense des disques brûlants, ne peuvent se propager que dans le sens de la pellicule servant de support ; elles la frappent et la remuent, et de même qu'une légère bulle de savon entre en vibration, ainsi fait cette pellicule, si élastique et si rigide à la fois, qu'elle transmet chaleur et lumière à toutes les régions d'alentour. Mais la bulle est tellement immense et extraordinaire dans ses dimensions, que l'agitation, communiquée par les disques, se propage en ligne droite, jusqu'à ce que, s'élargis-

sant dans tous les sens, elle finisse par se plonger dans les ténèbres, telles les rides qui naissent au centre d'un lac vaste et calme, peu à peu se perdent et s'effacent.

« Autour de ces astres de feu, on peut bien les appeler ainsi, quoiqu'ils ne transmettent leur chaleur que par la surface de la bulle, circulent avec ordre d'autres disques qui, soit refroidis, soit encore chauds, n'ont pas cette énergie de chaleur et de lumière que possèdent les astres du centre. Ces disques, quoique grands, sont d'une petitesse tellement incommensurable, en comparaison de la bulle qui supporte tout, que leurs mouvements semblent se faire sur une surface plane ; la courbure de la pellicule sur laquelle ils reposent est si faible, comparée à leur grandeur, qu'ils tournent autour des feux centraux comme s'ils étaient sur une surface parfaitement de niveau.

« L'un de ces disques a été choisi par la nature pour être l'habitation et le séjour d'êtres vivants, car s'il n'est plus aussi chaud qu'il le fut pendant de longues années, après avoir été condensé de la pellicule de poussière dont tous les astres sont faits, il ne s'est pas encore suffisamment refroidi pour rendre la vie impossible. Le rebord de

ce disque s'étant solidifié en premier lieu, et l'intérieur ensuite, il s'est produit en beaucoup d'endroits des crevasses, des cavernes et des passages, qui peuvent servir d'abri aux êtres vivants. » (A plane world, p. 135 et suiv.).

C'est pour se rendre compte des conditions d'un monde à deux dimensions, qu'on a imaginé cet être-plan, toujours assujetti à la surface sur laquelle ses mouvements, ses pensées même, restent forcément confinés ; il ne peut non plus se figurer ce qu'est réellement cette surface, ni avoir la moindre idée de sa nature ; pour lui c'est l'univers et tout l'espace possible. Il ne saurait donc aucunement venir à sa pensée, si ce n'est toutefois comme une hypothèse ou supposition imaginaire, qu'il puisse exister quelque chose d'autre en dehors.

Sur la surface, il peut se mouvoir dans toutes les directions, mais pour variées qu'elles semblent, elles se ramènent finalement à deux, à angle droit l'une sur l'autre. Si donc cet être plan peut avoir les notions d'en bas et d'en haut, qui sont le sens de l'attraction et le sens opposé, ainsi que celles d'avant et d'arrière, par contre celles de droite et de gauche lui sont absolument interdites, car elles impliqueraient un mouvement en dehors,

impossible à exécuter pour lui, et même à concevoir en pensée.

Les corps matériels de la surface n'ayant qu'une épaisseur infiniment petite, inappréciable pour lui, celle d'une molécule par exemple, lui sembleront n'avoir que deux dimensions et être limités par des lignes ; il ne verra donc dans un solide que des lignes, de même que nous ne voyons que des surfaces, et devra penser que les corps réels ont seulement deux dimensions. S'il ne peut voir en effet que des lignes à une dimension, la courbure de ces lignes, ainsi que leur résistance à son action, doit lui faire admettre cependant qu'il existe deux dimensions, de même que la courbure des surfaces que nous voyons et leur résistance au toucher, nous fait déduire la 3ᵉ dimension des corps.

L'atmosphère qui l'entoure ne peut avoir aussi que cette même épaisseur infiniment petite, elle reste sur la surface, en vertu de l'attraction de celle-ci, sans pouvoir la quitter, autrement elle pénétrerait dans les corps directement, sans passer par leurs ouvertures situées seulement sur le pourtour, son action serait alors incompréhensible.

Une figure plane fermée serait pour l'être plan; un espace clos de toutes parts, dont il ne pourrait sortir que par une ouverture sur un côté, bien que cette figure soit pour nous visible dans toutes ses parties, et que nous concevions fort bien la possibilité d'en sortir en passant en dehors du plan, par la troisième direction.

Il existe donc pour l'être plan, une certaine limite du possible qu'il ne peut dépasser ; mais cette possibilité n'est pas absolue, elle dépend de lui, de la limitation de ses moyens, non de l'espace lui-même et des figures de cet espace. Et ainsi de même, nous devons bien nous rendre compte que, le plus souvent, nos assertions à l'égard de notre monde ne concernent pas en réalité ce monde lui-même, mais seulement notre état actuel et nos possibilités matérielles.

L'idée de la 3e direction ne pourrait venir à l'être plan que par le raisonnement, en comparant les conditions d'existence sur une simple ligne, en se demandant si le nombre des dimensions doit être limité à deux, et pourquoi une troisième dimension, quoique incompréhensible pour lui, ne saurait exister.

Nous lui ressemblons encore en ce point, et

c'est justement à cause de cette analogie des limitations, que, si rien évidemment à priori ne nous montre qu'il existe un espace à quatre dimensions, nos raisonnements à cet égard, étant peut-être analogues à ceux de l'habitant de l'espace surface, quant à la troisième dimension, il est intéressant d'examiner et de comparer les rapports que présentent entre eux ces divers espaces ; ce sera sans doute la meilleure voie pour rencontrer peut-être quelques faits qui viendront apporter un commencement de probabilité à l'hypothèse de l'hyperespace. Voici quelques exemples à ce sujet, les deux premiers d'après M. Hinton :

A. *Diffusion des liquides et des gaz.* — L'être du monde surface ne peut se rendre compte de la force qui le maintient sur son espace et l'empêche d'en sortir, parce que cette force est située en dehors de son monde connu ; de même, nous nous trouverions confinés dans notre espace, sous l'influence d'une force inconnue, située au dehors. Comment trouver une indication, si petite soit-elle, de son existence possible ?

Pour plus de facilité, supposons maintenant notre monde surface, horizontal, afin que la force qui maintient les particules sur le plan soit

connue de nous, c'est la force de la pesanteur. Si sur cette surface nous répandons une certaine quantité de liquide, celui-ci aura une tendance à se diffuser partout sur la surface. Il sera, pour les êtres de surface, ce que pour nous, est un gaz qui tend à se répandre dans toutes les directions, et remplit peu à peu tout le volume qui lui est offert; le liquide sur le plan se répand de même dans les deux directions connues, et diminue d'épaisseur dans la troisième ; c'est la force de gravité qui amène ce résultat.

La diffusion des gaz dans notre espace serait-elle donc, de même, produite par une force inconnue agissant par la 4e direction? Cette comparaison des liquides et des gaz n'a rien d'arbitraire, car il est prouvé scientifiquement, d'après les expériences, qu'il n'y a pas de ligne de démarcation absolue entre eux.

Il faudrait penser alors que les corps matériels posséderaient une quatrième dimension, excessivement petite. Les solides, rigides dans leurs trois dimensions, le seraient aussi dans la quatrième ; la cohérence des liquides serait trop grande pour leur permettre de se répandre dans l'espace en diminuant leur quatrième dimension,

sous l'influence d'un centre d'attraction existant en dehors de notre espace, bien qu'ils manifestent cependant une tendance à le faire, en émettant constamment des vapeurs ; les gaz, en raison de la plus grande mobilité de leurs molécules, pourraient répondre à l'action de cette force et se répandre ainsi dans l'espace, comme font les liquides sur un plan par l'action de la gravité. Dans ce cas, la densité d'un gaz ou d'une vapeur serait la mesure relative de son épaisseur dans la quatrième dimension ; il est possible aussi que la diminution de la densité corresponde à une diminution relative de cette épaisseur.

Mais justement les densités des gaz sont proportionnelles aux poids moléculaires, qui représentent les proportions fixes suivant lesquelles les corps s'unissent entre eux, l'hydrogène étant pris pour unité ; pour obtenir le poids moléculaire d'un gaz, il suffit de multiplier sa densité par rapport à l'air, par le double de la densité de l'air par rapport à l'hydrogène, soit 28, 8 [1] ; il s'en suit que les poids moléculaires représenteraient l'épaisseur relative des corps suivant la 4e dimension ;

1. Voir Wurtz, *Théorie atomique*, p. 77 et ss.

dans les combinaisons, ces poids moléculaires s'ajoutent, c'est-à-dire que les molécules s'unissent suivant la 4e dimension ; nous retrouvons ainsi, par une voie toute différente, l'hypothèse faite au ch. IV, que dans la combinaison les atomes ou les molécules des corps se pénètrent, et occupent le même emplacement dans le 3e espace.

B. *Philosophie idéaliste.* — Les figures à une ou deux dimensions n'ont à notre point de vue aucune existence réelle, ce sont de pures abstractions ; les êtres matériels ne peuvent avoir pour nous que trois dimensions, c'est pourquoi nous avons donné une 3e dimension infiniment petite aux êtres du monde surface, afin de les considérer hors du point de vue purement idéal.

Si l'espace absolu possède plus de 3 dimensions, deux solutions se présentent en ce qui nous concerne : nous pouvons avoir une existence à trois dimensions seulement, ou bien une existence à quatre dimensions, mais sans en avoir conscience.

Dans ce dernier cas, la 4e dimension des corps de notre univers serait infiniment petite, donc invisible pour nous, et l'étude des dernières particules de la matière, atomes et molécules, pourrait

peut-être servir à nous révéler l'existence réelle de cette dimension.

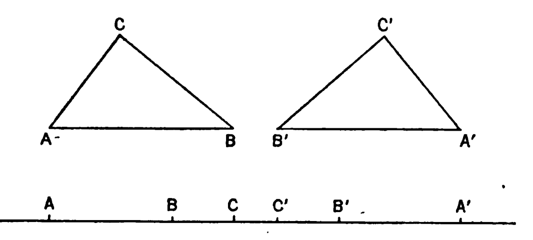
Dans le premier cas, au contraire, où nous serions des êtres à trois dimensions, dans un espace à quatre, nous n'existerions, par rapport aux êtres possibles de cet espace, que comme de pures abstractions géométriques, (ce que sont pour nous, par exemple, des cercles ou des triangles idéalisés); nous ne serions que les produits de leur pensée ou de leur imagination ; hypothèse, il est curieux de le remarquer, que l'on trouve dans les écrits des philosophes idéalistes. Hobbes appelle les objets, les apparences des choses ; « phantasma sensientium ». Berkeley et Stuart Mill n'admettent ni la matière, ni la substance des corps et nient l'existence absolue d'un monde externe.

M. Charles Renouvier résume, ainsi qu'il suit, la théorie immatérialiste de Berkeley : « l'étendue et le mouvement, non plus que les autres qualités dites de la matière, n'existent pas réellement dans un sujet de ce nom, elles sont des idées, et constatent, à ce titre, l'existence des esprits auxquels ces idées ou ces images sont données : celle des esprits individuels, qui en ont des perceptions semblables, et celle de l'esprit universel

ou Divin, à raison de leurs liaisons constantes entre elles et avec tout l'ensemble des phénomènes de l'univers[1]. » Ces conclusions, il est intéressant de le remarquer, sont absolument conformes aux conséquences de l'hypothèse faite ; les esprits individuels et l'esprit universel, représenteraient alors les êtres des espaces supérieurs.

C. *Figures semblables.* — Dans un monde surface, il existe certaines figures dont il n'est pas possible de démontrer l'égalité, parce qu'on ne pourrait pas les amener à coïncider, bien que toutes leurs parties soient égales 2 à 2.

Prenons, comme seul exemple, les deux triangles ABC, A'B'C ; les côtés sont égaux,



AB = A'B', BC = B'C', AC = A'C'. L'être du monde plan verra deux triangles de formes dis-

1. *Histoire et solution des problèmes métaphysiques*, p. 248.

tinctes, symétriques seulement, et non égaux, quoique ayant toutes leurs parties égales deux à deux, côtés, angles, surfaces.

En réfléchissant à la question, il pourrait remarquer que dans un espace à une dimension, sur une ligne, une difficulté analogue se présenterait. Soient sur cette ligne, les segments ABC, A'B'C' qui sont égaux dans toutes leurs parties, AB = A'B', BC = B'C', AC = A'C'; cependant ces deux systèmes ne pourraient être amenés à coïncider point par point, que par un mouvement de rotation, les faisant sortir de l'espace linéaire, en rabattant A'B'C' sur ABC, ce qui paraîtrait impossible à celui qui n'aurait que la notion de cet espace linéaire AA'.

De même pour les deux triangles du plan ; avant d'être amenés à coïncider par un glissement, l'un d'eux devrait d'abord tourner hors du plan, autour d'un de ses côtés ; mais l'être plan ne peut avoir aucune idée de la possibilité de ce mouvement, qui devrait se produire en dehors de son monde surface. L'idée de rotation autour d'une ligne du plan, quoique pouvant venir à son esprit, par suite de la comparaison avec l'espace linéaire AA', n'a donc pour lui aucune signification précise.

Remarquons qu'il en serait à peu près de même, pour un enfant commençant la géométrie plane, auquel on ne montrerait pas ce mouvement de rotation de l'une des figures ; il admettrait que ces deux figures ne sont pas rigoureusement égales.

Il se présente aussi pour nous plusieurs cas de figures ayant toutes leurs parties égales, bien que nous paraissant seulement symétriques.

Deux triangles sphériques peuvent avoir tous leurs éléments égaux deux à deux, sans être pourtant superposables ; de même deux tétraèdres, etc. Deux spirales peuvent avoir tous leurs éléments égaux respectivement, mais si l'enroulement est fait dans l'une de gauche à droite, dans l'autre de droite à gauche, il ne sera pas possible de leur faire occuper le même emplacement dans l'espace.

Enfin dans le corps humain, les parties symétriques, comme la main droite et la main gauche, par exemple, sont égales, (en négligeant les différences accidentelles), mais ne pourraient cependant pas être amenées à coïncider.

Lorsque nous nous regardons, ou regardons un objet dans une glace, l'objet et son image sont semblables d'apparence, mais non identiques, et ne pourraient, par un changement de position

quelconque dans notre espace, être rendus tels et aptes à coïncider en tous leurs points, car ce qui est à droite sur l'objet, est à gauche sur l'image, et inversement; la main droite par exemple, est vue à gauche dans la glace, et toutes les apparences sont ainsi renversées.

Donc, comme le pensait Kant[1], la situation réciproque des éléments des corps dans l'espace, ne suffit pas à déterminer leur forme, et l'espace peut avoir sa réalité propre, indépendamment de la matière qui le remplit.

Devons-nous être amenés à penser, d'après les considérations qui précèdent, que toutes ces figures pourraient être amenées à coïncider par une rotation, non plus autour d'une droite, mais autour d'un plan, en effectuant alors ce mouvement dans le 4e espace ? Nous n'avons aucune idée d'une telle rotation, qui pour nous ne représente rien, mais théoriquement parlant, elle s'est accomplie cependant pour l'objet vu dans la glace ; afin de rendre l'image rigoureusement égale à l'objet, il faudrait pouvoir la faire tourner de nouveau autour d'un plan.

1. *Kant*, par Th. Ruyssen, p. 56.

Ce fait de l'image inversée d'un objet vu dans une glace. semble fort simple et tout naturel. par suite de l'habitude que nous en avons : on ne prend généralement pas même la peine d'y porter son attention, et les traités de physique en donnent une explication qui paraît au premier abord si probante, qu'on s'en déclare aussitôt satisfait.

Cependant, si l'on veut bien y réfléchir, cette explication, basée sur l'égalité des angles d'incidence et de réflexion, n'est qu'une pure construction géométrique qui constate seulement le fait, sans en rendre compte en réalité ; c'est une démonstration à postériori, basée sur cette égalité que nous constatons sans en connaître la cause ; de même nous ne savons pas, réellement, pourquoi notre rayon visuel semble traverser la glace et voir derrière elle le même aspect qui est devant, mais inversé, comme s'il y avait eu rotation réelle autour d'un plan.

On peut essayer de se figurer ce mouvement, en prenant un gant, celui de la main droite, par exemple, et le retournant ; il devient ainsi apte à recouvrir la main gauche, mais on n'a obtenu qu'une apparence, non exacte, du mouvement, car la surface extérieure du gant est venue à l'intérieur, et inversement, alors que ces surfaces n'au-

raient pas dû changer de place. On pourrait de même, dans le plan, rendre les deux triangles rigoureusement égaux, en supposant l'un d'eux A′B′C′ ouvert en l'un des points de son contour A′, par exemple, et faisant tourner dans le plan les côtés A′B′, A′C′, autour des points B′,C′. Mais comme pour le gant, la partie interne des lignes est venue à l'extérieur.

Le mouvement autour d'un plan est donc irréalisable pour nous, au même titre que le serait pour un être plan, le mouvement autour d'une droite, mais ce qui est irréalisable matériellement, n'est pas nécessairement impossible à concevoir pour l'esprit : nous devons croire qu'en cela notre action est simplement limitée par les possibilités du monde actuel, et la pensée peut s'élever, au-dessus de la matière, vers les vues plus élevées des espaces supérieurs.

D. Hypothèse de l'éther. — Reprenons l'hypothèse du monde surface à deux dimensions, analogue au nôtre pour les diverses manifestations de l'énergie, gravitation, chaleur et lumière ; les êtres qui l'habitent, tout en ne se rendant pas compte de l'existence de la surface, ne pourront faire autrement que d'admettre la nécessité d'un milieu

élastique et résistant pour leur transmettre, ainsi qu'à leur matière, l'action des diverses forces. Le raisonnement les convaincra que le vide absolu est impossible dans leur espace, qu'un certain milieu, probablement matériel, doit exister partout entre les différents astres, et pénétrer même tous les corps matériels, pour transmettre l'énergie.

Cependant ce milieu ne ressemble à aucune autre substance qu'ils peuvent connaître, il n'a pas de poids, et n'oppose aucun obstacle soit à la transmission des vibrations, soit au mouvement des corps, il doit être à la fois infiniment résistant, souple et mobile : mais d'autre part, il est non moins évident pour eux, qu'aucun milieu résistant ne les entoure et ne les relie aux autres astres.

L'explication de ces conclusions contradictoires ressort de ce fait, inconnaissable pour eux, que leur monde repose sur une surface, qui, ayant une troisième dimension infiniment petite, étant à la fois élastique et rigide, sert à transmettre toutes les vibrations. Si l'être vivant sur la surface pouvait avoir l'idée de la troisième dimension, il arriverait ainsi à comprendre plus justement les conditions de son existence.

Ce qui se passe pour nous, dans notre monde, est tout à fait analogue, nous sommes bien forcés, ainsi que nous l'avons vu, d'admettre l'existence d'un milieu élastique et résistant qu'on a appelé l'éther, pour transmettre l'énergie sous ses diverses formes ; ses propriétés sont semblables à celles de la surface envisagée, et semblable est notre ignorance absolue de sa nature réelle ; il remplit tout l'espace et pénètre même les corps matériels, recevant et transmettant, par ses vibrations incessantes, les différents modes de l'énergie : cependant il est invisible et impondérable. Faut-il croire qu'il est en quelque sorte le support à trois dimensions de notre monde, puisqu'il est en contact avec lui dans toutes ses parties ?

Ce monde serait alors comme placé sur l'éther qui, par une quatrième dimension infiniment petite, pourrait pénétrer toute la matière et servirait d'enveloppe au 4e espace. Tous les mouvements matériels selon les trois dimensions de ce support sont libres et perceptibles, au moins dans leurs effets, mais la 4e dimension, qui correspondrait à son épaisseur, reste inconnue, nous ne pouvons y observer avec nos sens aucun mouvement, bien que nous comprenions

que les vibrations de l'éther soient incessantes, et la forme même de toute énergie.

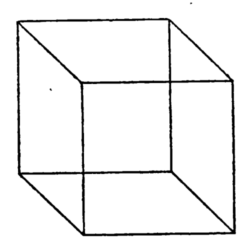
E. Espaces clos. — Sur une surface, une figure fermée, un carré par exemple, est un espace clos de toutes parts; l'être plan ne pourrait y entrer ou en sortir que par une ouverture sur le pourtour ; de même dans une chambre entièrement fermée, nous ne pouvons entrer ou sortir que par une ouverture faite à travers l'un des murs, la toiture ou le sol, mais nous pouvons pénétrer dans la figure plane ou en sortir, voir aussi ce qui se passe à l'intérieur sans tenir compte des côtés, grâce à la troisième direction, inconnue de l'être plan.

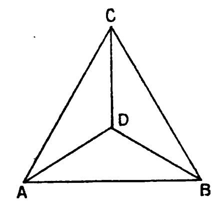
Il en serait de même, à notre égard, pour un être supérieur du 4e espace, puisqu'il serait censé pouvoir faire usage de la 4e direction qui nous est inconnue ; il pourrait donc voir, pénétrer et apparaître, à l'intérieur d'une pièce close de toutes parts sans avoir passé par aucune de ses faces. Nous sommes ainsi, par rapport aux figures planes, comme l'être du 4e espace serait, par rapport aux solides de notre espace.

On aura une idée approchée de cette manière d'être, en regardant la projection sur un plan

d'un corps, tel qu'un cube, par exemple, la même face paraîtra tantôt en avant, tantôt en arrière de celle qui lui est parallèle, l'aspect de la figure varie, de sorte qu'on peut voir la partie externe ou la partie interne d'une même face, la vue arrivant à pénétrer la figure plane par une direction qui est en dehors d'elle.

Considérons de même la projection d'un tétraèdre sur le plan d'une de ses faces ABC ; en regardant avec attention, et cherchant à se repré-





senter le solide, le sommet D paraîtra tantôt en avant et tantôt en arrière, il a donc, en quelque sorte, tourné autour du plan ABC pour occuper l'une ou l'autre de ces positions, mais sans qu'on puisse dire cependant qu'il l'ait traversé, (comme il pourrait tourner dans notre espace autour d'une ligne). On se représentera ce mouvement d'une

manière très approximative comme analogue à une vibration de D autour de ABC.

Si la 4e dimension pouvait devenir perceptible aux sens, on verrait derrière un obstacle, un mur par exemple, mais sans que le regard le traverse suivant une direction actuellement connue ; de même un être plan, s'il lui était possible de s'élever selon la 3e direction, verrait derrière une ligne et à l'intérieur d'une figure de la surface. On pourrait ainsi voir et toucher chaque partie d'un solide sans passer par les parties adjacentes, la vue agirait non pas seulement en surface, mais en profondeur, et par une direction différente, ne se confondant pas avec les trois dimensions de la matière. Cette direction est peut-être celle que suivent les rayons X qui pénètrent à l'intérieur des corps ; mais nous ne pouvons naturellement observer que les surfaces internes qu'ils permettent de découvrir.

Elle est peut-être aussi celle suivie, pour sa propagation, par la force de la gravitation, qui pénètre tous les corps sans que son action soit affaiblie par eux. La transparence absolue des corps à la gravitation doit faire penser en effet que cette force se transmettrait bien selon une 4e direction, car son

action se propageant selon l'une des 3 directions matérielles, rencontrerait toutes les particules du corps avant d'arriver soit à l'intérieur, soit à la partie opposée et serait diminuée, ou tout au moins retardée dans quelque mesure, et pour certains corps, plus que pour d'autres. Or il n'en est pas ainsi, et il résulte de toutes les expériences, que l'action de la pesanteur est exactement la même pour tous les corps, dans toutes les conditions, qu'elle agit à la même distance, en raison des masses seulement.

On voudra peut-être objecter l'invraisemblance d'un être doué des facultés de l'espace à quatre dimensions, mais il importe de laisser ici de côté toute considération dérivée de l'idée de matière, et de se demander si cet être ne pourrait pas être plutôt comparable à cette faculté immatérielle, qui est en nous, âme, raison ou intelligence, comme on voudra l'appeler, par laquelle la pensée ne connaît ni obstacles ni distances. Si profonde soit la prison où peut se trouver enfermé un homme, on n'empêchera pas sa pensée de voler au dehors, cependant on ne saurait dire qu'elle ait traversé les obstacles selon l'une des trois directions connues. Nous semblons donc avoir en nous, tout au moins une indication du sentiment de la quatrième direction.

CHAPITRE VI

L'HYPERESPACE ET LA GÉOMÉTRIE

La géométrie est la science principale de l'espace, elle permet d'étudier ses propriétés et d'entrer en rapport avec lui, mais comme celui-ci ne peut nous être connu que par l'intermédiaire de la matière, c'est aussi en ayant recours aux formes matérielles, figures abstraites, que cette étude doit être entreprise.

En se bornant à la connaissance de l'espace tel que les sens et l'expérience nous le font concevoir, on reste dans la géométrie expérimentale ou euclidienne, caractérisée par le postulatum, que dans ses « Éléments », Euclide demande qu'on lui accorde : « Si deux droites situées dans un même plan font avec une sécante, et d'un même côté de celle-ci, des angles intérieurs dont la somme est

moindre que deux droits, ces droites prolongées suffisamment se rencontrent de ce côté. »

Ce postulatum, d'après M. Lechalas[1], constitue une sorte de définition de l'espace accessible à nos sens, le différenciant des autres espaces, et c'est pourquoi il est indémontrable : « nous n'expérimentons qu'un seul espace, ce qui nous induit à le croire nécessaire ; mais la raison nous ouvre les yeux et nous fait comprendre que notre imagination ne saurait limiter les formes possibles. La raison dépasse donc de beaucoup la réalité extérieure et notre sensibilité, et l'indémontrabilité de certaines propositions ne fait que prouver que celles-ci sont le simple énoncé des propriétés particulières à notre espace. »

Cette définition implique donc une hypothèse sur la nature de l'espace, car on suppose ainsi qu'il est tel qu'il nous paraît, et non autrement. C'était sans doute l'idée même d'Euclide, comme le fait voir M. Barbarin[2] : « il n'est pas impossible que le géomètre grec ait examiné un instant l'hypothèse contraire, dans laquelle les deux droites précédemment énoncées ne se rencontrent

1. *L'espace et le temps*, p. 64.
2. *La géométrie non euclidienne*, p. 7.

pas nécessairement, et qu'il ne l'ait rejetée qu'à bon escient, à cause de sa complication apparente; quoi qu'il en soit, son postulat n'a d'autre valeur à ses yeux qu'une hypothèse; sans cela, nous n'en pouvons douter, il eût formulé sa proposition dans d'autres termes, et essayé tout au moins de la démontrer. »

Si l'on veut étudier l'espace absolu tel qu'il peut être, non pas seulement tel qu'il paraît être, il faut faire abstraction du postulatum et avoir recours à la science plus vaste qu'on appelle la géométrie générale. Elle comprend l'étude de tous les espaces imaginables, quels que soient le nombre de leurs dimensions et la diversité de de leurs courbures. Vers la fin du XVIIIe siècle, le grand mathématicien allemand Gauss (1777-1855) concevait le principe d'une géométrie dans laquelle le postulatum n'était pas valable et sur ces données, deux nouvelles branches de la géométrie ont été imaginées, par Bolyai (1832) et Lobatschewky (1840) d'une part, Riemann (1854) et Helmholz d'autre part.

Pour qu'un espace jouisse de propriétés géométriques, il doit être identique à lui-même, c'est-à-dire tel que les figures y tracées puissent

être déplacées d'une façon quelconque, sans déformation apparente, relativement à l'espace considéré. Une surface plane, par exemple, reste identique à elle-même si elle est enroulée sur un cylindre ou sur un cône, elle ne subit ainsi ni dilatation ni contraction, les figures tracées ne sont pas déformées sur cette surface, mais elle n'est pas identique à la sphère.

Les espaces à courbure constante ont cette propriété de rester identiques ; le produit des rayons de courbure principaux est constant ; s'il est positif, on a les surfaces analogues aux surfaces sphériques ou surfaces de Riemann ; égal à zéro : les surfaces planes ; négatif ; les surfaces pseudo-sphériques. « Une simple particularité distingue les uns des autres ces trois espaces à deux dimensions », dit M. Rouse Ball[1] : « d'un point d'un espace sphérique, ou d'une autre surface quelconque à courbure positive constante, on ne peut mener aucune ligne géodésique parallèle à une ligne géodésique donnée, la ligne géodésique étant définie : la plus courte distance entre deux points. Par un point de l'espace euclidien, ou

1. *Récréations et problèmes mathématiques*, p. 300.

d'un plan on peut mener une ligne et seulement une ligne géodésique (c'est-à-dire une ligne droite) parallèle à une ligne droite donnée. Par un point de l'espace pseudo-sphérique, on peut mener plusieurs lignes géodésiques parallèles à une ligne géodésique donnée, mais elles forment un pinceau dont l'angle vertical sur toute surface donnée est constant. »

Sur la 1re espèce de surfaces, la somme des angles d'un triangle est plus petite que deux droits, plus grande au contraire sur la 3e espèce, au lieu d'être égale à deux droits comme dans le plan; mais sur les trois espèces de surfaces, tout triangle infiniment petit a deux droits pour somme de ses angles. Toute figure infiniment petite, dans toute surface, est donc conforme à la géométrie euclidienne. Ce qui précède s'applique aux espaces à deux dimensions, mais Riemann a montré qu'il existait trois sortes d'espaces à trois dimensions, ayant des propriétés analogues à celles de ces trois espaces à deux dimensions.

La discussion de ces théories sortirait de notre sujet, mais comme elles ont un rapport intime avec l'hyperespace, on a cru bon de les mentionner et d'en donner tout au moins une idée

sommaire. « Pour qui a admis ce point (que le nombre des dimensions n'a rien de nécessaire) et en a bien compris la portée, dit M. Lechalas, les principes de la géométrie générale ne doivent soulever aucune objection fondamentale, car, de la possibilité d'un espace à quatre dimensions découle immédiatement celle de plusieurs espaces, ou plutôt d'une infinité d'espaces à trois dimensions, différant entre eux soit par leurs natures, soit seulement par leurs situations dans l'espace d'ordre supérieur[1]. »

Il faut en effet remarquer que les propriétés d'une même figure sont variables selon qu'on l'envisage dans tel ou tel espace d'ordre supérieur.

La circonférence du cercle, par exemple, espace à une dimension, n'a en elle-même que des propriétés très limitées de rapports de grandeur, lorsqu'on ne tient pas compte de la surface sur laquelle elle repose, et ne serait même pas comparable à une autre circonférence de rayon différent; considérée dans un plan au contraire, elle a un centre, une courbure appréciable, et par la mesure des grandeurs d'arc est comparable à toute

1. *Etudes sur l'espace et le temps*, p. 59.

autre circonférence. Cette même figure sur la sphère, aura deux centres sur la surface, deux rayons qui sont des lignes géodésiques, elle est retournable lorsque les deux rayons sont égaux. De plus un espace d'ordre donné contient une infinité d'espaces de l'ordre inférieur; l'espace à 4 dimensions contient une infinité d'espaces à 3 dimensions, de même que celui-ci contient une infinité de surfaces ou de lignes.

Il convient donc de se placer dans un espace supérieur, pour obtenir la connaissance plus complète d'un espace donné, que celle résultant de la considération de cet espace seulement en lui-même; nous venons de voir en effet combien seraient insuffisantes les notions de ligne (circonférence), considérée en dehors de la surface, ou de surface, considérée en dehors de l'espace à trois dimensions.

Ainsi se trouve justifiée l'étude de l'espace à quatre dimensions et, s'il ne nous est représenté par aucune image sensible, il faut aussi remarquer que les raisonnements de la géométrie ne portent que sur les idées, non sur les images qui sont la représentation de celles-ci. En associant ainsi les images aux idées pour l'espace euclidien,

tel que les sens nous le représentent, on peut admettre que, dans d'autres espaces, de semblables images pourraient être formées par des êtres doués d'autres formes de sensibilité que les nôtres. Nous ne connaissons l'espace qu'indirectement, par les sensations visuelle ou tactile ; il nous est bien impossible de prévoir comment il pourrait apparaître à des êtres qui n'auraient pas les mêmes sens que nous, ou dont la conscience ne coordonnerait pas ces sensations de la même manière.

L'espace absolu est au moins dans le domaine du possible. Quant à notre espace lui-même, puisque la géométrie euclidienne ne semble présenter aucun caractère de nécessité à priori, on ne saurait non plus affirmer qu'il est réellement tel que nous avons l'habitude de nous le figurer.

On a donc été légitimement conduit à supposer que notre espace pourrait peut-être présenter une certaine courbure ; celle-ci serait alors nécessairement dans une direction différente des 3 directions connues ; notre espace se trouverait ainsi contenu dans un espace orthogonal d'ordre supérieur, 4e espace au moins, puisque l'idée de courbure d'un espace quelconque, implique toujours une nouvelle dimension au moins, différente de

celles de l'espace considéré. Les lignes que nous regardons comme droites, dans notre espace, pourraient donc ainsi présenter une certaine courbure, mais comme les figures très petites (relativement aux rayons de courbure), sont à peu près comparables dans tous les espaces, il est nécessaire de considérer des lignes très étendues, en évaluant les angles formés par elles.

Les mesures prises à la surface de la terre paraissent conformes à la géométrie euclidienne, en tenant compte toutefois de leur degré relatif de précision. Il en serait de même dans l'étendue du système solaire. Mais il semble à priori bien difficile de découvrir cette courbure, si elle existe, lorsqu'on ne peut faire intervenir que les 3 dimensions connues de l'espace, d'autant plus que ce qui définit la ligne droite en astronomie, n'est pas autre chose que la trajectoire du rayon lumineux, nouveau postulatum impossible à vérifier ; dans le cas où une certaine anomalie viendrait à se révéler dans la mesure des angles pour des points très éloignés, on pourrait toujours l'expliquer, ainsi que le remarque M. H. Poincaré [1], en supposant

1. Revue générale des sciences, 1891, p. 774.

que la transmission de la lumière ne se fait pas rigoureusement en ligne droite.

M. Barbarin dit que, vu l'imperfection relative de nos instruments de mesure, il nous serait impossible de démontrer expérimentalement si notre univers est exactement euclidien ou non. Il ajoute [1] : « dans la partie de l'univers que nous pouvons directement aborder, la géométrie est aussi bien non euclidienne qu'euclidienne ; mais comme pratiquement les résultats ne diffèrent pas, il y a avantage à lui conserver le second caractère où les considérations tant synthétiques qu'analytiques sont plus simples. »

On a prétendu que dans le cas d'un espace avec courbure, l'univers serait non pas infini, mais fini, quoique sans limites, de même que la surface d'une sphère très étendue, paraîtrait sans limites pour un être assujetti à cette surface, n'ayant aucune notion de la troisième dimension et serait réellement telle pour lui, bien que finie cependant.

S'il était démontré que notre espace à trois dimensions présente une courbure positive, il deviendrait ainsi comparable à l'enveloppe sphérique,

1. Ouvrage cité, p. 71-72.

à trois dimensions, d'une sphère du quatrième espace, il pourrait alors être fini, quoique sans limites pour nous; mais cet espace, comme il a déjà été dit, devrait forcément se trouver alors contenu dans un autre espace d'ordre plus élevé, et l'espace absolu, à quatre dimensions au moins, resterait toujours réellement infini.

Quelques résistances se sont produites au début, pour essayer de retenir la géométrie dans cette incursion au delà du domaine de l'expérience sensible et intuitive. La science qui doit le plus à la raison pure ne pouvait se laisser arrêter par ces objections vaines, n'avait-elle pas dû s'élever depuis longtemps au-dessus du réel sensible, par les considérations si fécondes des grandeurs indéfiniment croissantes ou décroissantes et des imaginaires.

Les recherches de la géométrie à *n* dimensions ont déjà fourni des résultats importants, mais elles sont à la fois trop techniques et trop complexes pour que l'on essaye seulement de les développer ici. On se contentera d'indiquer, d'une manière très élémentaire, quelques-uns des résultats obtenus, ainsi que la genèse des figures régulières [1].

1. Voir à l'appendice.

Cette géométrie doit son origine à diverses considérations, dont les suivantes sont les principales :

Une ligne, ou espace à une dimension, est engendrée par le mouvement d'un point. Une surface, ou espace à deux dimensions, est engendrée de même par le mouvement d'une ligne, cette surface donne naissance aussi par son mouvement à un volume à trois dimensions. Ce mode de génération peut être continué par la pensée qui construira ainsi les figures d'ordre supérieur, comme nous le verrons pour les formes régulières d'un espace quelconque. C'est le raisonnement d'analogie déjà cité au début de cet essai, par lequel en partant de la ligne de longueur a donnant le carré a^2 et le cube a^3, on recherche ce que peuvent être et représenter a^4, a^5... a^n.

Le nombre de dimensions d'un espace indique le nombre des coordonnées nécessaires pour représenter un point dans cet espace. Sur une ligne, il suffit d'un seul nombre, représentant la distance au point fixe de la ligne pris comme origine ; sur une surface, les distances du point à chacune des deux lignes choisies, etc. Un point est donc figuré par 1, 2, ou 3 coordonnées, dans une ligne, une surface, ou un espace à trois dimen-

sions. De même en représentant un point par l'ensemble de quatre nombres, on aura la notion du 4e espace et ces nombres variant, le point décrira une figure dans cet espace. En augmentant encore le nombre des coordonnées on a su créer une sorte de calcul géométrique à *n* dimensions.

Dans le même ordre d'idées, la géométrie analytique représentant les lignes sur un plan et les surfaces dans l'espace à trois dimensions, par des équations à deux et trois variables ; on a été amené à interpréter les équations à quatre ou *n* variables, comme représentant les formes afférentes aux espaces à 4 ou *n* dimensions.

La section d'un corps à *n* dimensions par le 3e espace, ne peut être évidemment qu'une figure de ce dernier espace, de même que la section par un plan serait toujours un figure plane. L'apparence de ce corps dans notre espace, ne peut donc être que celle d'un corps à 3 dimensions, comme sur une surface ce serait celle d'une figure de cette surface. Un cube par exemple, qui repose sur un plan, ne s'y manifeste que par l'apparence d'un carré; s'il traverse normalement, on ne verra toujours qu'un carré qui finira par disparaître ;

si le cube arrive dans le plan par un de ses sommets, on aura dans le plan, d'abord un point, puis un triangle ; ainsi le solide déterminant une surface plane, chaque face détermine une ligne et chaque ligne un point.

De même en passant du 4e au 3e espace, chaque forme (4) détermine le volume apparent (3), chaque volume (3), enveloppe de la forme (4), détermine une surface, chaque surface une ligne, et chaque ligne un point. Il en résulte qu'une forme du n^e espace doit être limitée par des formes de l'espace (n-1).

Les corps à 4 dimensions ont ainsi pour enveloppe des corps à 3 dimensions, de même que ceux-ci sont limités par des surfaces (2e espace), et les surfaces par des lignes (1er espace).

La section d'une sphère du 4e espace, de rayon *R*, par notre espace est évidemment une sphère dont le rayon apparent peut varier de *0* à *R*. Si elle pénètre dans notre espace et le traverse d'un mouvement uniforme, elle se manifeste d'abord par son point de tangence, puis par une sphère dont le rayon très petit augmente peu à peu, assez rapidement d'abord, plus lentement ensuite, jusqu'à prendre la valeur *R*, le mouve-

ment continuant, la sphère semblera diminuer de diamètre, se réduire à un point et finir par disparaître.

Le phénomène, observé de loin, est analogue à celui de la sphère traversant un plan, examiné au chapitre précédent ; l'apparence sera celle d'un corps arrivant de l'infini, se rapprochant, s'éloignant ensuite pour disparaître de nouveau. Cette apparition de la sphère (4) dans notre espace permet de calculer son enveloppe (à 3 dimensions) et son volume (à 4 dimensions) [1].

Au moyen de la géométrie à *n* dimensions, on peut se rendre compte des apparences des formes des espaces supérieurs, connaître parmi les formes régulières, celles qui existent ou non dans un espace donné, calculer le nombre de leurs sommets, arêtes, surfaces, volumes, etc., la valeur de ces arêtes, surfaces, etc., et aussi les représenter par leurs diverses projections dans notre espace.

Il est cependant assez difficile de se figurer nettement les formes du 4[e] espace ; on a quelquefois essayé de le faire en introduisant un élément distinct, applicable à le 4[e] dimension, la densité

1. Voir à l'appendice.

ou la coloration, mais ces essais n'ont guère servi à améliorer la représentation de ces figures.

Les seules méthodes acceptables sont celles des intersections et des projections. Au moyen des intersections par notre espace, on représente les différentes apparences des corps, et la suite de ces apparences, rapprochées par la pensée, permet de se rendre compte approximativement de l'ensemble.

Ce procédé est analogue à celui qui a été employé souvent avec succès en physiologie, pour connaître la marche d'un processus organique et son état à un moment donné. On prend, par exemple, des œufs à diverses périodes d'incubation, on les fait durcir par certains procédés spéciaux, et les coupant en tranches mines, l'examen et la comparaison de ces tranches permet d'étudier le phénomène. On peut dire ainsi que si les œufs sont à des périodes d'incubation de plus en plus éloignées, c'est le temps, qui dans les variations de leur état, représente la quatrième dimension, devenue sensible et en quelque sorte apparente, par l'examen comparé.

L'autre méthode, la plus pratique pour la représentation visuelle, est analogue à la projection

bien connue, d'une figure du 3e espace, d'un cube par exemple, sur un plan. Les figures du 4e espace devront donc être projetées dans le 3e espace, c'est-à-dire que la projection sera représentée par une figure de cet espace. Il est possible de se rendre compte ainsi, approximativement, des figures régulières à quatre dimensions, comme on peut avoir idée de la forme d'un cube ou d'un tétraèdre en voyant les projections dans un plan.

De tels modèles de projection des six formes régulières du 4e espace ont été construits par M. Victor Schlegel, et exposés pour la première fois à la réunion des physiciens et médecins allemands à Magdebourg en 1884 ; on peut les trouver à la librairie Martin Schilling à Halle-sur-Saale.

En projetant une figure régulière d'espace supérieur sur un plan, on obtient une apparence encore moins sensible de sa forme, telle qu'elle peut être, car la projection pour avoir quelque ressemblance, doit être faite d'un espace donné sur l'espace immédiatement inférieur ; si on peut essayer de figurer en projection, même sur un plan, les formes du 4e espace, il faut cependant renoncer à la représentation de toutes les formes d'ordre supérieur à celui-ci.

Les projections sur le plan, données à l'appendice, des trois premières formes régulières du 4ᵉ espace, permettent de construire facilement leurs projections dans le 3ᵉ espace. Les trois dernières formes régulières sont trop compliquées pour pouvoir être présentées avec avantage en projection sur un plan ; le nombre de leurs arêtes est en effet de 96, 1200 et 720.

CHAPITRE VII

LE MONDE RÉEL ET L'HYPOTHÈSE DE LA 4e DIMENSION

Sans avoir en aucune manière la prétention d'établir une nouvelle classification, on peut dire cependant que toute science se rapporte aux idées, considérées isolément ou par groupes, d'espace, de temps, de matière et d'énergie.

Nous avons vu qu'aux idées de matière et d'énergie, correspondaient la Chimie et la Physique, dont l'ensemble appartient aux sciences d'expérimentation. Les sciences historiques dans leur généralité, ou sciences d'observation, se rapportent à l'idée simple de temps, alors que les sciences mathématiques, ou de raisonnement pur, correspondent à l'idée d'espace.

Le raisonnement, l'expérimentation et l'observation sont ainsi les trois modes d'action, permettant de rechercher ce que représentent ces idées ;

mis en œuvre simultanément par l'esprit, l'un d'eux tient la place prépondérante dans chacun des trois groupes précédents. Ils correspondent ainsi aux différentes manifestations de la pensée, qui embrasse naturellement tout le savoir, et celui-ci forme un seul ensemble, destiné à nous fournir une vue approchée de l'univers.

Ces moyens d'investigation à notre portée sont bien différents dans leurs procédés comme dans leurs résultats, c'est pourquoi la précision des sciences qui en découlent doit naturellement s'en ressentir.

L'observation ne donne que des résultats imparfaits, l'élément personnel y tenant une trop grande place ; il en est ainsi, surtout pour les faits correspondants à l'histoire de l'humanité, rapportés par la seule tradition ; aussi a-t-on souvent nié que l'ensemble de ces faits puisse former une science, mais l'histoire du passé des sociétés humaines n'est qu'une très faible partie des sciences historiques, et le raisonnement vient apporter aussi ses résultats, lorsque, pour l'histoire de l'Univers en général, on cherche à déduire ce qui a été de ce qui est.

L'expérimentation donne une base plus large

pour la connaissance, avec un commencement d'objectivité, car les impressions ne dépendent plus de l'observateur, elles semblent les mêmes pour tous, dans les mêmes conditions, chaque résultat pouvant être reproduit et contrôlé. Si les sciences expérimentales ne peuvent faire connaître ce que sont réellement les choses, elles donnent au moins la notion de leurs rapports, entre elles, et avec nous ; c'est ce dernier élément personnel, dont il faudrait toujours chercher à diminuer l'importance, le faisant disparaître autant que possible, pour avoir quelque chance d'arriver à une connaissance plus exacte de ce qui est, et de ce que l'apparence nous cache. L'histoire entière de la science en est la preuve.

Tout ce que nous voyons ou sentons, est relatif à la manière d'être de nos organes, ce n'est en quelque sorte qu'apparence ; l'observation et l'expérimentation nous laissent forcément dans cette dépendance personnelle, plus ou moins marquée. Le raisonnement pur, au contraire, se place suffisamment en dehors de toute préoccupation subjective, pour fournir des résultats exacts ; c'est pourquoi les sciences fondées sur la seule raison sont réellement supérieures à toutes les autres,

pour celui qui veut bien voir avant tout, dans l'homme, l'être doué de la faculté de penser et de comprendre. Par elles on peut arriver, il est vrai, à des conceptions qui semblent en opposition avec les données des sens, telle celle des espaces supérieurs, mais faudrait-il donc avoir davantage confiance en la sensation, qu'en la raison ? Si la compréhension de l'espace nous est donnée par la géométrie, pourquoi chercher à limiter les résultats que cette science nous procure et prétendre rejeter leurs conséquences ?

La Géométrie euclidienne, longtemps seule connue, conservera toujours sa place et sa valeur, parce qu'elle est plus simple et plus commode. « Elle s'accorde assez bien », dit M. Poincaré [1], « avec les propriétés des solides naturels, ces corps dont se rapprochent nos membres et notre œil et avec lesquels nous faisons nos instruments de mesure ». Mais elle est basée, nous l'avons vu, sur des axiomes qui ne sont que des définitions déguisées. « Les axiomes géométriques ne sont ni des jugements synthétiques à priori, ni des faits expérimentaux. Ce sont des conventions ; notre

1. *La géométrie non euclidienne.* Revue générale des sciences, 1891, p. 773.

choix parmi toutes les conventions possibles est guidé par des faits expérimentaux ; mais il reste libre et n'est limité que par la nécessité d'éviter toute contradiction[1]. »

On a fait déjà cette objection à la théorie de l'hyperespace, qu'elle ne devrait pas sortir du domaine abstrait, car nos sens ne nous permettront jamais de dépasser la simple notion de l'espace à trois dimensions, qu'on ne saurait donc, en aucune façon, accorder aux espaces supérieurs, la réalité appartenant seulement à cet espace au milieu duquel nous vivons. Dans un ordre d'idées analogue, la rotation de la terre paraissait aussi autrefois une absurde rêverie, contraire aux témoignages des sens, à l'évidence même, à tous les principes admis ; plutôt que de risquer semblable utopie, n'eût-il pas été plus logique de raisonner ainsi : « Que la terre soit immobile ou non dans l'espace, peu importe, car cela ne pourrait en rien changer nos sensations et notre manière d'être, c'est donc une innovation bien inutile ; la rotation de la terre n'est en somme qu'un système plus commode aux astronomes ; si certains faits

1. *La géométrie non euclidienne.* Revue générale des sciences, 1891, p. 773.

paraissent témoigner en sa faveur, nous ne pourrions avoir la certitude complète de sa réalité, et pour un instant bien court seulement, qui n'en vaudrait pas le risque, que si elle venait à s'arrêter brusquement, et même ne pourrait-on pas soutenir alors que du repos, elle serait passée subitement au mouvement ? » L'idée de l'hyperespace, élargissant les bases de notre entendement, apportera peut-être un jour, pour la conception de l'Univers, des modifications comparables à celles qui se sont produites sous l'influence de la pensée de Copernic.

L'hyperespace, même démontré, restera toujours inaccessible à nos sens, car toute connaissance n'est jamais que relative ; s'il en est ainsi dans le domaine matériel, le plus propice à l'investigation, à plus forte raison, il en sera de même en dehors de celui-ci. Les choses ne peuvent nous être connues en elles-mêmes, mais seulement par leurs relations avec nos organes d'abord, car nous n'observons jamais que nos propres sensations, de plus par leurs relations entre elles et avec les idées ; ces rapports constituent pour nous leurs propriétés ou leurs qualités. L'étendue, le poids, la résistance des corps sont

toujours relatifs à ces mêmes propriétés dans d'autres objets pris comme comparaison.

Toutes les qualités qui peuvent nous sembler indépendantes, sont relatives à l'organe qui les perçoit, nous ne les connaissons cependant que par cette perception. Les propriétés de la lumière, par exemple, telles que nous les concevons, ne se rapportent pas à la nature même de ce phénomène, mais à son action sur l'organe de la vision, de sorte que, comme il a été prouvé depuis longtemps, les couleurs n'existent pas, en dehors de l'œil qui les perçoit comme impressions lumineuses, le phénomène même de la lumière est essentiellement différent de ce que nous l'imaginons. Nous ne connaissons donc pas, et ne pouvons pas connaître, les choses telles qu'elles sont réellement, en dépit de l'opinion vulgaire qui voudrait identifier le fait avec le réel.

Cette relativité de la connaissance dépend bien de l'état de nos sens et, en ce qui concerne particulièrement les dimensions de l'espace, il est contraire à toute logique, de croire que cette limitation à trois dimensions serait absolue, alors que seulement la relation de nos organes peut nous la faire admettre.

Il ne faudrait pas non plus conclure qu'il n'existe rien d'absolu, parce que nous ne pouvons concevoir rien de tel, ni rien concevoir aussi dont la réalité nous soit absolument démontrée. Le besoin de connaître et de comprendre, qui est dans l'homme le signe même de son intelligence, l'a toujours incité à s'élever au-dessus du réel sensible, à demander à sa raison ce que ses sens lui refusaient, car ce monde de l'inconnaissable, qui l'entoure de toutes parts, répond aux besoins les plus intimes et les plus impérieux de sa nature morale.

C'est pourquoi ont été imaginées les hypothèses et les théories dont la science ne peut se passer ; elles vont toujours au delà des données du sensible ; si elles pouvaient y atteindre, elles arriveraient dans le domaine des faits ; elles sont invérifiables et quelquefois en contradiction avec d'autres faits admis.

Cela a été démontré au chapitre IV, pour les deux principales théories des sciences expérimentales, sur la constitution de la matière, ou théorie atomique, et la transmission de l'énergie, ou théorie de l'éther. Comme elles se montrent l'une et l'autre insuffisantes et pourtant indispen-

sables, on a cherché à les compléter par de nouvelles hypothèses souvent très ingénieuses, qui comprennent quelquefois d'ailleurs l'existence de l'espace supérieur.

4e dimension. — L'idée de la 4e dimension se trouve bien en dehors de la réalité sensible, mais ce n'est pas une raison suffisante pour la repousser; nos sens ne nous interdisent-ils pas, absolument de même, la connaissance de l'atome et de l'éther, ou même la connaissance des agents de certains phénomènes existants, comme l'électricité ou le magnétisme, qui ne peuvent nous être révélés que par leurs manifestations sensibles ?

La 4e direction, bien qu'elle nous soit inaccessible, ne doit être cependant regardée en aucune façon, comme différente des 3 autres; elle leur est analogue, mais nos organes ne nous permettent pas de la trouver. Si cette direction venait à apparaître dans l'espace, elle serait semblable à toute autre direction connue; si nous la supposons reliée à un solide à 4 dimensions, animé d'un mouvement à travers notre espace, une des dimensions quelconques de ce solide, restera toujours dans le 4e espace, et pour nous invisible,

le solide ne se manifestant jamais à nous que comme un corps à 3 dimensions, c'est-à-dire que si la 4e direction vient à être perçue, une autre des dimensions disparaît, car nous n'en pouvons percevoir que 3 au plus. Cette idée d'un solide matériel à plus de 3 dimensions, doit être considérée comme théorique, elle n'a été émise que pour faciliter l'explication de la 4e dimension, de même qu'il a été fait précédemment à l'égard du monde surface, en le matérialisant pour ainsi dire.

On a vu qu'il était possible de concevoir les formes des corps à plus de 3 dimensions, de connaître même le nombre de leurs sommets, arètes, faces, etc., mais si on arrive ainsi à la conception de l'espace supérieur, les corps considérés n'en restent pas moins, en tout état de choses, de pures abstractions géométriques, comme le sont les figures planes sans épaisseur, qu'il est pourtant possible de tracer et de représenter. Les corps matériels, bien que leurs derniers éléments paraissent s'unir selon la 4e dimension, semblent bien appartenir seulement à notre monde sensible à 3 dimensions.

Si les atomes ont une 4e dimension, infiniment

petite, comme il a été supposé, selon laquelle ils peuvent s'unir pour former les diverses molécules, celles-ci, assemblées entre elles selon les 3 dimensions connues de notre espace, composent ainsi les corps matériels, qui n'ont donc bien que 3 dimensions ; il serait d'ailleurs à peu près impossible de les considérer autrement. La comparaison la plus juste, permettant aussi de s'exprimer le plus clairement, déjà plusieurs fois employée, consiste à se représenter l'espace à 3 dimensions, par rapport au 4ᵉ espace, tel que se trouve un plan, relativement au 3ᵉ espace.

Il faut donc penser, à tous les points de vue, que notre relation avec cet univers plus vaste, devrait être exactement la même, que serait celle de l'être supposé vivant sur une surface, avec le monde à 3 dimensions ; la surface est en effet la limite d'un espace à trois dimensions, de la même manière que celui-ci limiterait un espace à 4 dimensions. Comme un être confiné sur un plan, mais qui serait arrivé à concevoir que cette surface n'est pas seule existante, et doit faire partie d'un espace plus complet, nous pouvons concevoir par la pensée une nouvelle direction, inconnue à nos sens, s'étendant à partir de chaque point,

analogue aux directions connues, et perpendiculaire à celles-ci. Une droite, perpendiculaire à un plan en un point, l'est en effet aussi à toutes les droites du plan partant du même point.

Traçant donc d'un même point, 3 droites perpendiculaires entre elles, x, y, z, elles représenteront nos 3 directions connues, c'est-à-dire que toute direction quelconque dans notre espace, pourrait être rapportée à ces 3 droites. La 4e direction inconnue *w*, serait perpendiculaire aux 3 premières. De chaque particule de la matière, c'est-à-dire de chaque atome, on supposera donc une nouvelle direction, d'étendue très petite, aboutissant à ce corps ou fluide élastique inconnu, appelé éther, qui semble remplir tout l'espace. Cette direction, dans l'atome, est matérielle, car d'après elle, comme d'après les autres directions, les atomes peuvent s'assembler pour former les molécules. L'éther, ayant en quelque sorte le corps matériel comme limite ou comme surface, sera vis-à-vis de lui, analogue à ce qu'est un solide dans l'espace à 3 dimensions, pour les surfaces qui le limitent; ce qu'est par exemple un corps sphérique à l'égard de sa surface.

Théories sur l'hyperespace. — L'idée d'un

espace à plus de trois dimensions peut évidemment sembler paradoxale à première vue, et sans examen ; on a déjà passé en revue certaines des raisons, d'ordre mathématique ou physique, qui pourraient en faire admettre la possibilité ; il est intéressant de rechercher aussi, si elle ne permettrait pas de résoudre les contradictions signalées déjà, dans les théories des atomes et de l'éther.

L'idée de l'hyperespace n'est pas nouvelle et a pu être admise par plusieurs savants distingués. Dans le dernier chapitre de son ouvrage précédemment cité, M. Rouse Ball résume les principales théories émises sur la matière et sur l'éther, dont plusieurs supposent, explicitement ou non, une quatrième dimension de l'espace. On se contentera de citer l'opinion de M. Rouse Ball lui-même (page 339) : « Il existe une autre conjecture sur la cause de la gravitation que nous pouvons mentionner. Il est probable que l'attraction qui s'exerce entre deux particules pourrait s'expliquer en supposant que toutes les deux reposent sur un corps homogène, élastique, capable de transmettre l'énergie. C'est le cas qui se présenterait si notre univers à 3 dimensions reposait

dans la direction d'une 4ᵉ dimension sur un corps élastique, homogène, à 4 dimensions (auquel on pourrait donner le nom d'éther) dont l'épaisseur suivant la 4ᵉ dimension serait très petite et constante. Les résultats de l'analyse spectrale nous conduisent à supposer que chaque molécule matérielle dans notre univers est constamment en vibration. Avec l'hypothèse précédente, ces vibrations mettraient en branle l'espace qui sert de support (ou éther); cet ébranlement s'étendrait uniformément dans toutes les directions, l'intensité diminuant comme le carré de la distance au centre de vibration, mais la vitesse des vibrations demeurant inaltérée. La transmission de la lumière et de la chaleur rayonnante peut s'expliquer au moyen de telles vibrations transversales à la direction de la propagation. Il est possible que la gravitation soit causée par des vibrations dans l'espace servant d'appui et qui sont entièrement longitudinales ou composées de vibrations partiellement longitudinales et partiellement transversales dans chacune des 3 directions à angles droits avec le sens de la propagation. Si nous définissons la masse d'une molécule comme proportionnelle à l'intensité des vibrations qu'elle produit, en tout autre

point de l'espace. l'intensité de la vibration sera directement proportionnelle à la masse de la molécule et inversement proportionnelle au carré de la distance qui la sépare de cette molécule ; dès lors, si nous pouvons supposer que de telles vibrations du milieu formant support, émanant d'un centre quelconque, puissent tirer vers ce centre, d'un autre point quelconque, une particule ayant l'unité pour masse, avec une force proportionnelle à l'intensité de la vibration en ce point, la loi de Newton sur l'attraction s'ensuivrait. Cette conjoncture s'accorde soit avec l'hypothèse de Boscowitch, soit avec la théorie des tourbillons. Ce serait une chose vraiment intéressante si les résultats fournis par une branche des mathématiques pures aussi abstraite que la théorie de l'hyperespace se trouvaient intimement liés avec l'une des questions les plus fondamentales de la science matérielle. »

L'éther et la gravitation. — L'éther, d'après l'hypothèse même qui fait admettre son existence comme nécessaire, pénètre absolument tous les corps, jusque dans leurs derniers atomes ; il doit être partout, en dehors comme au dedans, sans qu'il soit possible, comme pour l'espace lui-même,

de supposer un endroit où il n'existe pas. Occupant ainsi exactement, le même emplacement que toute particule matérielle dans le 3e espace, il s'y trouve juxtaposé selon une direction différente des trois directions connues, c'est donc qu'il lui sert en quelque sorte de support selon la 4e direction.

Il peut ainsi, dans cette direction, transmettre certaines forces, comme la pesanteur, ou d'une manière plus générale, la gravitation, dans toutes les parties des corps, sans être aucunement arrêté par eux ; il agit, théoriquement au moins, selon la 4e dimension, pouvant, par son intermédiaire, communiquer ses vibrations sans passer par les directions connues.

Les corps sont absolument transparents aux mouvements de l'éther selon la 4e direction ; si nous imaginons un être du 4e espace, pouvant faire usage de cette direction, il verrait tout l'intérieur des corps, comme nous voyons dans un plan l'intérieur d'une figure plane sans avoir recours aux deux dimensions de la surface, et sans être arrêtés par les côtés de la figure qui seraient un obstacle cependant pour l'être plan.

Pour essayer d'expliquer la gravitation, on peut penser aussi que tous les corps étant comme

plongés dans le fluide-éther qui les pénètre entièrement, celui-ci exerce sur eux une pression les poussant l'un vers l'autre. Si le fluide n'agissait qu'à l'extérieur des corps, la pression serait proportionnelle aux surfaces [1]; s'il agissait aussi à l'intérieur en pénétrant les corps par les 3 directions connues seulement, la pression serait proportionnelle aux volumes [2]; mais se trouvant en contact avec les derniers atomes, il agit sur ceux-ci par les 4 directions, c'est-à-dire qu'il agit sur toute la quantité de matière, son action doit être ainsi, comme c'est le cas, proportionnelle aux masses. La masse d'un corps est représentée par son poids, qui est le produit du volume, ou étendue apparente dans l'espace, par la densité; le volume est fonction des trois dimensions connues, la densité tient ici la place de la 4e dimension. S'il était possible de connaître la véritable étendue des corps, ou tout au moins la proportionnalité de l'étendue vraie pour les différents corps, la densité nouvelle, ainsi obtenue, représenterait la 4e dimension.

1. Transmission des pressions en hydrostatique (presse hydraulique).

2. Force ascentionnelle d'un gaz proportionnelle au volume (aérostats).

On a pu arriver à cette même conclusion au chapitre v, en ce qui concerne les gaz, partant d'un point de vue différent : il est admis, en effet, selon la théorie d'Ampère, que les distances entre les particules gazeuses sont les mêmes et ne dépendent que de la température et de la pression ; les volumes des différents gaz sont ainsi, à la même température et à la même pression, proportionnels au nombre des particules, c'est-à-dire à la densité qui représenterait bien la 4e dimension. Si d'autre part l'unité de la matière était démontrée, ce qui ne présente rien d'impossible, la nouvelle densité rapportée au volume vrai, serait réellement la mesure relative de la 4e dimension, ainsi rendue apparente aux sens.

L'éther, supposé à 4 dimensions, supporte toute portion de matière sur sa surface élastique (à 3 dimensions), il reçoit et transmet toutes les vibrations qui se manifestant par les différentes formes de l'énergie se propagent avec une intensité décroissante comme le carré des distances ; les forces rayonnantes agissent ainsi comme si elles émanaient du centre d'une sphère à 3 dimensions vers la surface. Il faut donc supposer, soit que ces forces n'empruntent que 3 directions à la fois,

(car si elles se propageaient suivant les 4 dimensions, elles décroîtraient comme le cube de la distance), soit que la 4ᵉ dimension de l'éther est infiniment petite, pour qu'aucune énergie ne puisse se perdre selon cette direction, au moins dans la limite des distances que nous pouvons connaître.

Dans le premier cas, les 4 directions *x*, *y*, *z*, *w*, permettent de former 4 groupes distincts, pour la propagation des forces à travers l'éther, selon 3 directions indépendantes, savoir : *x y z*, *x y w*, *x z w*, *y z w*. Le premier groupe, représentant les 3 directions connues, pourrait être relatif à la lumière dont la transmission est visible pour nos sens ; mais à l'un des 3 autres groupes, dont fait partie la 4ᵉ direction inconnue *w*, appartiendrait la propagation de la force de gravitation que nous subissons sans qu'elle soit perceptible aux sens autrement que par ses effets, et sans que nous puissions en mesurer la vitesse qui nous semble infinie.

Dans le second cas, les vibrations continuelles et excessivement rapides de l'éther, permettant à l'énergie de se transmettre à tous les corps, se produiraient suivant la 4ᵉ dimension infiniment petite

de cet éther. Ces vibrations doivent certainement exister, mais ne sont perceptibles aux sens que par leurs effets seulement, elles seraient transmises et parviendraient aussi, dans cette 4e direction, aux particules matérielles, pouvant ensuite s'étendre ou se transformer dans les 3 autres directions, pour se manifester à nos sens sous les différentes formes connues, chaleur, lumière, etc.

Divisibilité de la matière. — Les diverses parties de la matière ont la faculté de se mouvoir librement et dans les 3 directions, sur cette sorte d'enveloppe, infiniment mince selon la 4e dimension, qu'on a nommée l'éther, sans doute analogue à l'enveloppe de la bulle de savon dont il a été question pour le monde surface. Comme les atomes des corps auraient également une 4e dimension infiniment petite, ils seraient des corps à 4 dimensions, pouvant se grouper selon la 4e dimension ou suivant les 3 autres ; ces divers assemblages donnant leurs propriétés différentes à certains corps de composition analogue.

Il s'ensuivrait que la matière pourrait être ainsi considérée comme divisible à l'infini, ainsi qu'on a souvent voulu le soutenir, bien que formée en même temps d'atomes indivisibles. Si nous

partageons, en effet, un corps selon l'une des trois dimensions connues, nous pourrons théoriquement continuer cette division à l'infini; comme, par exemple, divisant un corps par tranches, nous n'arriverons jamais à ne trouver que des surfaces, de même la surface ne donnera jamais la ligne, ou la ligne ne donnera jamais le point, comme résidu des divisions successives. De même pour le corps ou la molécule à 4 dimensions, le résidu théorique, limite de la division à l'infini, serait le corps à 3 dimensions. En supposant donc même la division indéfinie, il resterait toujours un corps à 3 dimensions au moins, véritable atome simple ou dernier atome de la matière, probablement unique, dont la diversité apparente s'expliquerait par les différentes condensations ou les différents groupements selon les 4 dimensions possibles.

Conclusion. — On a cherché dans les lignes qui précèdent à examiner la théorie de l'hyperespace autant que possible sous toutes ses faces et avec toutes ses conséquences; si l'on veut avoir en effet sur ce sujet une opinion raisonnée, ce n'est pas en niant de parti pris et sans examen, en fermant les yeux volontairement, que l'on peut espérer arriver à la connaissance de la vérité.

Toutes ces considérations, qu'on n'a pas cru nécessaire de développer davantage, n'apportent pas, bien entendu, la preuve évidente, impossible à fournir au moins actuellement, de la 4e dimension ; elles ont seulement pour but de montrer que cette hypothèse n'est nullement en désaccord avec les lois physiques admises pour l'explication des phénomènes, et n'est pas plus hasardée en somme que les autres hypothèses scientifiques. Il est bien possible et même vraisemblable que de nouveaux faits viendront un jour se rattacher à la théorie de l'hyperespace pour augmenter ainsi son degré de probabilité.

Conséquences métaphysiques. — Il reste cependant à déduire les conséquences d'ordre purement métaphysique, on le fera très brièvement.

Si l'homme, par sa raison, peut s'élever à la conception et à la connaissance des espaces supérieurs, c'est que cette faculté lui permet de franchir les bornes du sensible où il se trouve confiné ; c'est une première indication qu'il ne serait pas uniquement et d'une manière absolue un être matériel.

Quelques individus paraissent susceptibles de posséder parfois, à la suite sans doute de modifi-

cations particulières et momentanées de l'équilibre nerveux, certaines facultés ignorées, certains privilèges les plus singuliers et les plus inexpliqués.

Ces forces psychiques, encore inconnues, ont souvent attiré l'attention de savants distingués, en dehors de tout parti pris, de toute idée ou croyance préconçue ; elles semblent ainsi pouvoir être sérieusement envisagées, bien qu'elles aient prêté quelquefois à des actes de mystification conscients ou non. Ce sont là des faits qui, même lorsqu'on ne cherche pas à les approfondir, ne doivent pas être passés sous silence, et paraissent pouvoir justifier aussi l'hypothèse des espaces supérieurs.

L'idée de l'hyperespace, bien que n'étant pas dans le domaine du réel pour nous, mais seulement dans celui du possible, ne se trouve cependant pas en contradiction avec la théorie scolastique la plus stricte. M. Lechalas rappelle à ce sujet ce principe de saint Thomas, que Dieu peut tout ce qui n'implique pas contradiction : « Quidquid contradictionem non implicat Deus potest. » « S'il en est ainsi, ajoute-t-il, et nous ne concevons pas comment un philosophe spiritualiste pourrait le nier, les définitions qui ne contiennent

aucun élément de contradiction peuvent être incompatibles avec des vérités de fait, pourraient comme telles être repoussées par celui qui accorderait à notre espace une existence nécessaire, mais s'imposent à celui qui ne voit dans notre espace qu'une œuvre de Dieu comme exprimant une possibilité que celui-ci aurait pu tout aussi bien réaliser [1]. »

Citons encore M. H. Laurent dans un article remarquable sur les principes fondamentaux des connaissances humaines [2]. « Que l'espace à 4 dimensions ait une existence réelle, il n'y a donc à cela aucune impossibilité ; admettons qu'il existe, jusqu'à preuve du contraire ; nous n'en sommes pas à notre première hypothèse ni à la dernière. Le je ne sais quoi, qui n'est certainement pas notre corps, ce qui ne sera pas notre cadavre après notre mort, cette chose qui a de la sensibilité, de la mémoire, de l'intelligence et de la vérité et qui est ce que j'appellerai notre âme, vit peut-être dans l'espace à 4 dimensions ; elle agit sur notre corps comme nous agissons sur une feuille de papier que nous faisons glisser sur une

1. *Etude sur l'espace et le temps*, p. 54.
2. *L'enseignement mathématique*, 1899, p. 404.

table. Rien ne nous empêche d'ailleurs, au moyen d'une fiction, de placer dans un espace à 4 dimensions des choses qui, comme l'âme, ont une existence réelle, sans que nous puissions les trouver dans notre espace cognoscible. Dans l'état de vie, l'âme humaine repose sur notre espace, comme le doigt qui s'appuie sur la feuille de papier pour la faire glisser sur une table ; dans l'état de mort, l'âme cesse de toucher notre espace à 3 dimensions à l'endroit où est notre corps. Quelque chimérique que paraisse cette idée de l'existence effective de la 4e dimension, il était bon, je crois, de la mentionner, ne fût-ce qu'à cause des services effectifs qu'elle rend à la science. »

Il doit sembler évident à tous ceux qui admettent la certitude ou la possibilité d'une vie future, que celle-ci ne saurait tenir place dans un monde matériel, analogue à celui que nous connaissons, dans un espace à 3 dimensions, soumis à tous les phénomènes de la matière et de l'énergie qui lui imposent leurs lois. La notion même d'un autre monde implique que les données, espace, temps, matière, etc., y seront différentes. Les partisans seuls de la métempsychose pourraient être d'un avis différent.

D'après M. C. H. Hinton[1], on peut supposer que l'humanité forme comme un grand ensemble dont chaque être ne serait qu'une manifestation partielle apparaissant pour un temps dans notre espace, telles, par exemple, paraîtraient sur un plan les extrémités des doigts de la main, qui formant des figures absolument distinctes n'en appartiennent pas moins à un même tout. Si nous sommes réellement des êtres d'un espace supérieur, le corps matériel pourrait être considéré comme notre intersection avec cet espace à 3 dimensions que seul connaissent les sens ; les phénomènes de la naissance, du développement et de la mort ne seraient que les différentes périodes du passage dans cet espace, de l'être plus parfait que nous serions réellement. Après la mort, la matière reste pour de nouvelles transformations, mais l'être enfin libéré va rejoindre les autres êtres qui, comme lui, ont traversé le monde, et avec lesquels il forme un tout indissoluble.

Cette idée peut surprendre au premier abord, sembler même une pure utopie, elle serait cepen-

1. *A new ora of thocight.*

dant parfaitement admissible si l'on veut bien se figurer le temps comme la 4e dimension effective. Si cela est exact ou non, nous l'ignorons, car nous ne pouvons avoir la moindre idée des causes donnant naissance à la succession des phénomènes ; la 4e dimension attribuée au temps est en tous cas absolument analogue à l'apparence ; nous l'objectivons seulement, pour lui permettre de rentrer dans le domaine sensible.

L'idée de temps complète et féconde l'idée spatiale; privés du secours de cette quatrième dimension, nous ne saurions concevoir réellement rien de sensible, car tout phénomène dans l'espace dépend aussi de la durée, sans qu'il puisse en être autrement. En se limitant aux considérations spatiales à trois dimensions, hors la notion de durée, les différentes phases deviennent simultanées ; superposées les unes aux autres, elles ne donnent qu'une apparence incompréhensible et confuse ; ou bien isolées, elles restent sans lien entre elles ; comme seraient les diverses images d'un cinématographe projetées ensemble au même moment. Il peut en être ainsi lorsque la durée échappe à la sensation, par

suite de son extrême petitesse ou de son extrême grandeur.

Le présent est pour nous l'état des différents objets de l'espace à l'instant considéré, il s'écoule en effet et se renouvelle, sans cesse et partout, sous l'influence du temps. Les trois dimensions de l'espace font partie de notre intuition externe ; la dimension unique du temps appartient à l'intuition interne ou subjective ; en la réunissant aux trois autres qui sont vues objectivement, nous arrivons à cette intuition de l'Espace-Temps à 4 dimensions, exacte, au moins quant à la traversée de notre espace, par l'être conscient, sans que rien, autre que le sentiment de la croyance, puisse nous permettre de prévoir ce qui est ensuite.

La tendance qui consiste à tout rapporter à la raison est évidemment juste, mais il ne faut pas borner ses recherches au monde matériel, n'envisager que cette petite section de l'espace où nous nous trouvons, commencer par limiter l'univers aux modes d'action insuffisants de nos sens, pour affirmer ensuite qu'il n'existe rien au delà.

Nous n'avons aucune connaissance scientifique de l'existence d'êtres supérieurs à ce que nous sommes ; l'idée de l'hyperespace peut mener

cependant à une appréhension de cette sorte ; elle représente par rapport à notre monde, ce qu'est la raison à l'égard de la matière, qui en limitant nos facultés nous empêche de voir et de comprendre distinctement l'univers.

Cette idée élève l'esprit à des conceptions plus élevées, lui laissant entrevoir des possibilités différentes de celles d'un monde purement matériel, dont la probabilité n'est assurément pas plus grande. Elle permet à la raison de franchir les limites de la caverne où nous sommes enfermés, selon l'expression de Platon, ne pouvant apercevoir que les ombres projetées par les objets qu'il nous est impossible de connaître, et lui faisant comprendre que ces ombres doivent avoir une cause réelle en dehors d'elles et de nos sensations.

APPENDICE

FORMES RÉGULIÈRES DES ESPACES SUPÉRIEURS

Cet essai pourrait paraître incomplet si, après s'être appuyé sur les théories de la Géométrie à n dimensions, on ne donnait au moins un simple aperçu très élémentaire, des procédés et des résultats concernant les formes régulières des espaces supérieurs.

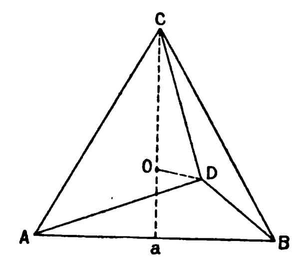
On sait que si dans le plan le nombre des polygones réguliers n'est pas limité, il n'existe, dans l'espace à trois dimensions, que cinq polyèdres réguliers qui sont : le *tétraèdre,* l'*hexaèdre* ou cube, l'*octaèdre,* le *dodécaèdre* et l'*icosaèdre*.

Ces solides, dérivés des figures planes régulières, pourront donner naissance aux formes régulières des espaces plus élevés, en servant d'enveloppe à celles du 4e espace.

Une forme régulière complète de l'espace n, doit

être entièrement limitée par des formes régulières de l'espace ($n - 1$), qui sont limitées elles-mêmes par des figures régulières de l'espace ($n - 2$), et ainsi de suite, de sorte que, de proche en proche, les formes régulières du 4e espace seront entièrement limitées par des polyèdres réguliers (3e espace), ceux-ci, comme nous le savons déjà, par des polygones réguliers (2e espace) limités eux-mêmes par des lignes égales (1er espace).

Formes régulières dérivées du Tétraèdre. — Les figures les plus simples sont celles qui dérivent du triangle équilatéral dans le plan et du tétraèdre dans l'espace à trois dimensions, par une génération similaire.



Partant d'une ligne AB de longueur a : sur le milieu de AB on élève une perpendiculaire, sur celle-ci on choisit un point C tel que $CA = CB = AB$, on a le triangle équilatéral. De même du

centre O du triangle ABC on élève une perpendiculaire au plan, sur cette ligne, on choisit un point D tel que $DA = DB = DC = a$, on a le tétraèdre régulier.

Cette construction fournit un nouveau sommet d'où partent des arêtes vers les sommets précédents de la figure de l'espace inférieur ; le nombre des sommets sera ainsi de 4, celui des arêtes $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ et chaque arête étant commune à 2 faces limitées par 3 arêtes, le nombre des faces sera $\frac{6 \times 2}{3} = 4$

Pour obtenir la forme régulière qui correspond au tétraèdre dans l'espace 4, il faut procéder d'une manière analogue à celle par laquelle le tétraèdre a été obtenu du triangle équilatéral. Du centre du tétraèdre supposons que nous dirigions une droite dans la 4e direction, perpendiculaire aux trois autres (de même que la perpendiculaire à un plan l'est également à toutes les droites de ce plan).

Nous ne pouvons pas, il est vrai, voir cette 4e direction ni la représenter dans l'espace ; il faut la considérer comme absolument semblable aux

trois autres si elle venait à s'étendre dans notre espace et être sensible à nos sens. Nous sommes, par rapport à cette direction, comme serait un être n'ayant que la notion du plan et ne pouvant se représenter, ni la perpendiculaire à ce plan, ni les figures de l'espace, qu'il pourrait cependant concevoir par leur projection dans le plan et dont il lui serait possible, par le raisonnement, de connaître les propriétés ; de même que nous arriverons à connaître celles des formes des espaces supérieurs.

Sur cette droite idéale, on choisit un point tel que ses distances aux 4 sommets du tétraèdre soient égales à l'arête a. La 4e direction étant perpendiculaire aux droites qui joignent le centre du tétraèdre aux sommets, et la longueur de ces droites étant moindre que a, un tel point peut toujours être trouvé. En le joignant aux 4 sommets, on obtient la forme T4, dérivée du tétraèdre T3 dans le 4e espace.

On a donc un sommet de plus, soit 5, duquel partent 4 arêtes communes à 2 sommets, le nombre des arêtes sera $\frac{4 \times 5}{2} = 10$.

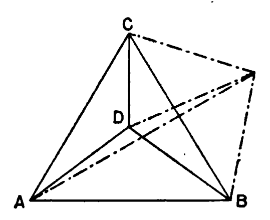
Ces arêtes étant communes à 3 faces et chaque

face étant formée par 3 arêtes, le nombre des faces sera $\frac{10 \times 3}{3} = 10$.

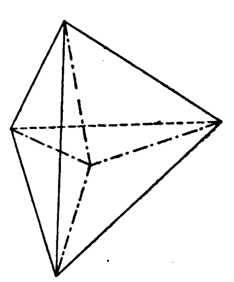
De chaque face partent deux solides T3, et chacun d'eux est formé de 4 faces, le nombre des solides sera donc $\frac{10 \times 2}{4} = 5$.

Les formes régulières des espaces supérieurs à 3 ont été généralement désignés sous le nom de polyédroïdes ; comme pour les polyèdres réguliers, on fait ressortir dans l'appellation le nombre des figures limites. La forme T4, limitée par cinq solides (tetraèdres), sera donc un *pentaédroïde*.

Les figures dérivées du tétraèdre dans les espaces supérieurs à 4 pourront être déduites d'une manière analogue. Afin de simplifier, et selon la notation de M. Stringham, on désignera par N0 le nombre des sommets (espace 0) dans chaque figure, par N1 le nombre des arêtes (espace 1), celui des faces par N2 (espace 2), celui des solides à 3 dimensions par N3, et celui des formes d'un espace quelconque par N*n*.



Genèse de la forme régulière du 4e espace pentaédroïde dérivée du tétraède régulier (les lignes pointillées sont supposées celles du 4e espace).



Projection de la figure du 4e espace sur le tétraèdre. Aspect de la figure de projection du pentaèdroïde.

Dans le pentaédroïde considéré on a obtenu :
$No = 5$, $N1 = 10$, $N2 = 10$, $N3 = 5$, $N4 = 1$.

Pour Tn, nous remarquons que le nombre des sommets, augmentant chaque fois d'une unité, sera

$$No = n + 1.$$

De chacun des sommets partiront n arêtes pour aller rejoindre les sommets de la figure précédente (espace $n - 1$), et ces arêtes sont communes à deux sommets :

$$N_1 = \frac{(n+1)n}{2}.$$

Les arêtes sont aussi communes à $(n - 1)$ faces, et chaque face est formée de 3 arêtes, donc :

$$N_2 = \frac{(n+1)n(n-1)}{2.3}.$$

A chaque face correspondent $(n - 2)$ solides limités par 4 faces donc :

$$N_3 = \frac{(n+1)\,n(n-1)(n-2)}{2.3.4}$$

et le terme général Nk sera :

$$Nk = \frac{(n+1)\,n(n-1)\ldots(n-k+1)}{2.3\ldots k}.$$

Le tableau suivant donne les valeurs No,

N1, etc., pour les formes régulières dérivées du tétraèdre régulier, dans les espaces 2, 3, 4, n, ces figures étant désignées selon les espaces par T2, T3, T4.., Tn.

Nombre des sommets, arêtes, faces, etc., des figures dérivées du tétraèdre.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_n
N_0	2	3	4	5	$n+1$
N_1	1	3	6	10	$\frac{(n+1)n}{2}$
N_2	»	1	4	10	$\frac{(n+1)n(n-1)}{2.3}$
N_3	»	»	1	5	$\frac{(n+1)n(n-1)(n-2)}{2.3.4}$
N_4	»	»	»	1	
N_k	»	»	»	»	$\frac{(n+1)n(n-1)\ldots(n-k+1)}{2.3.\ldots k}$

Formes régulières dérivées de l'Hexaèdre régulier. — Considérons maintenant les figures engendrées en partant du carré et du cube ou hexaèdre.

Le carré est engendré par une ligne droite a qui se déplace parallèlement à elle-même d'une longueur égale à a. Ce carré a^2 se déplaçant dans le sens de la 3e dimension, parallèlement à son plan et d'une longueur toujours égale au côté a, engendre le cube a^3.

De même, en déplaçant le cube a^3, dans le sens de la 4e dimension perpendiculaire aux 3 autres, et d'une longueur égale à a, on obtiendra la figure du 4e espace a^4.

Dans ces formations successives on voit que chaque fois, par le déplacement de la figure, le nombre des sommets se trouve doublé. Pour la ligne a (1er espace) il était de 2, pour a^2, de 4, et pour a^3, de 8.

Si nous appelons H_2, H_3, H_4, ... H_n les figures correspondantes à l'hexaèdre dans les différents espaces, conservant la notation précédente N_0, N_1, N_2, etc., nous voyons que N_0 étant égal à 8 dans H_3, sera 16 dans H_4, et d'une manière générale, pour H_n :

$$N_0 = 2^n.$$

Les sommets dans leur déplacement ont tracé une nouvelle arête qui s'ajoute aux précédentes.

Le nombre des arêtes partant de chaque sommet est de 3 dans H_3, de 4 dans H_4, de n dans H_n. Ces arêtes aboutissent à deux sommets, leur nombre est donc :

$$N_1 = \frac{2^n \times n}{2} = 2^{n-1} \times n.$$

Le nombre des plans communs à chaque arête augmente chaque fois d'une unité, il est donc de $n - 1$, mais chaque face a 4 arêtes, le nombre des faces sera donc :

$$N_2 = 2^{n-1} \frac{n(n-1)}{4} = 2^{n-2} \frac{n(n-1)}{2}.$$

De même le nombre des volumes communs à chaque plan augmente chaque fois d'une unité; pour H_3 il était de 1, pour H_n, il est de $(n - 2)$.

Chaque cube est entouré par 6 faces ; donc le nombre des cubes est :

$$N_3 = 2^{n-2}\frac{n(n-1)(n-2)}{2 \times 6} = 2^{n-3}\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$$

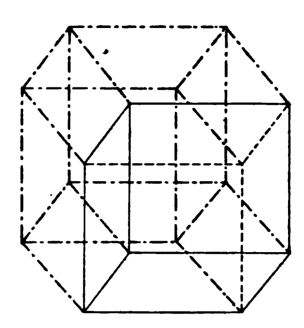
et d'une manière générale :

$$Nk = 2^{n-k}\frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{2.3\dots k}.$$

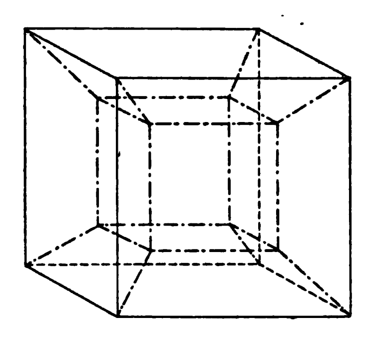
Nombre de sommets, arêtes, faces, etc., des figures dérivées de l'hexaèdre.

	H_1	H_2	H_3	H_4	H_n
N_0	2	4	8	16	2^n
N_1	1	4	12	32	$2^{n-1} \times n$
N_2	»	1	6	24	$2^{n-2}\frac{n(n-1)}{2}$
N_3	»	»	1	8	$2^{n-3}\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$
N_4	»	»	»	1	
N_k	»	»	»	»	$2^{n-k}\frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{2.3\dots k}$

La figure H_4 étant limitée par 8 solides (hexaèdres) sera donc un octaédroïde.



Genèse de la forme régulière du 4e espace dérivée de l'hexaèdre régulier — octaédroïde. (Les lignes pointillées sont supposées celles du 4e espace).



Projection de la figure du 4e espace octaédroïde sur l'hexaèdre. Aspect de la figure de projection de l'octaédroïde.

Formes régulières dérivées de l'octaèdre régulier. — On peut obtenir de même les formes dérivées de l'octaèdre régulier, dans les espaces supérieurs.

Au centre d'un carré régulier ABCD de côté a, menant une perpendiculaire au plan sur laquelle on porte de part et d'autre une longueur égale au rayon du cercle circonscrit $\frac{a\sqrt{2}}{2}$, joignant les points S, S′ ainsi obtenus aux sommets du carré, on a construit l'octaèdre régulier dont le côté est a.

Pour obtenir la forme O_4, dérivée dans le 4e espace, on mènera à partir du centre de l'octaèdre une ligne dans la 4e direction perpendiculaire au solide ou à ses trois axes, et dans les deux sens.

Sur cette ligne, on prend les deux points dont les distances au centre soient égales au rayon de la sphère circonscrite $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ et on joint ces deux points aux précédents sommets ; d'après la construction, on voit que le rayon de la sphère circonscrite sera toujours le même, quel que soit l'espace considéré. Si on le fait égal à 1, le côté $a = \sqrt{2}$.

La construction ci-dessus nous a fait obtenir pour O_4, deux nouveaux sommets, soit 8 en tout, en la répétant chaque fois dans les espaces supérieurs, le nombre des sommets pour l'espace n sera : $N_0 = 2n$.

De chaque sommet nouveau partent des arêtes vers les sommets de la figure précédente, de l'espace $(n - 1)$, lesquels sont au nombre de $2(n - 1)$. A chaque sommet aboutissent donc $2(n - 1)$ arêtes ; mais chaque arête étant commune à 2 sommets, leur nombre total sera :

$$N_1 = \frac{4n(n-1)}{2}.$$

De chacune des arêtes partent 2 nouvelles faces, pour rencontrer les deux nouveaux sommets ; chaque arête comporte ainsi $2(n - 2)$ faces, ces faces étant triangulaires comptent chacune 3 arêtes, leur nombre total sera :

$$N_2 = \frac{8n(n-1)(n-2)}{2.3}.$$

De même pour les solides limites, qui sont communs à $2(n - 3)$ faces et sont des tétraèdres,

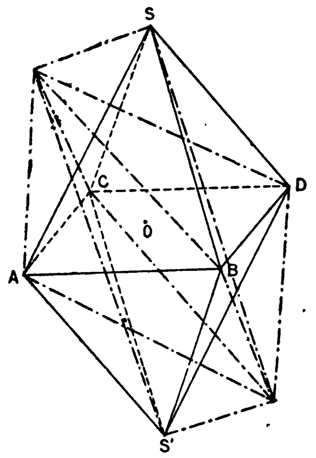
c'est-à-dire occupent 4 faces. Leur nombre total sera :

$$N_3 = \frac{16\, n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.3.4}.$$

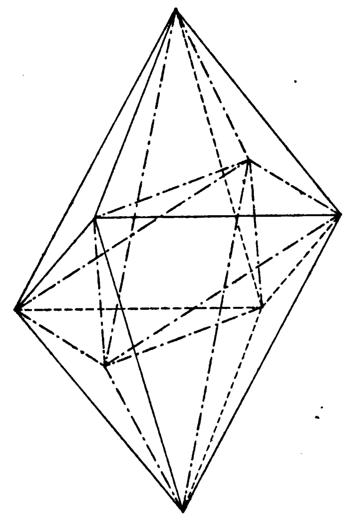
Le tableau ci-après donne les nombres des sommets, arêtes, faces, solides, etc., des figures dérivées de l'octaèdre, dans les divers espaces.

La figure du 4e espace limitée par 16 solides (tétraèdres) sera un hexadécaédroïde.

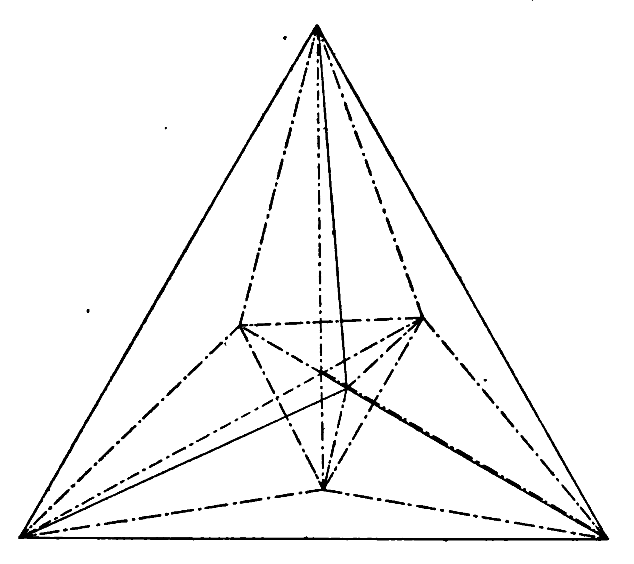
	O_2	O_3	O_4	O_n
N_0	4	6	8	$2n$
N_1	4	12	24	$2^2 \frac{n(n-1)}{2}$
N_2	1	8	32	$2^3 \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$
N_3	»	1	16	$2^4 \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.3.4}$
N_4	»	»	1	
N_k	»	»	»	$2^{k+1} \frac{n(n-1)(n-2 \ldots (n-k)}{1.2.3 \ldots (k+1)}$



Genèse de la forme régulière du 4e espace (hexadécaédroïde) dérivée de l'octaèdre régulier. (Les lignes pointillées sont supposées celles du 4e espace).



Projection de l'hexadécaédroïde régulier sur l'octaèdre régulier, origine.



Aspect de la figure de projection de l'hexadécaédroïde, d'après M. Victor Schlegel.

Remarques. — Il résulte des considérations ci-dessus et des résultats exprimés par ces tableaux, que les polyédroïdes réguliers, ainsi dérivés du tétraèdre, de l'hexaèdre, et de l'octaèdre, existent dans tous les espaces.

On les désigne habituellement, comme il a été dit, selon le nombre des figures limites.

Ce nombre, d'après la notation adoptée et pour l'espace *n*, est représenté par la valeur de N_{n-1}.

D'après les tableaux ci-dessus on aura pour les figures dérivées du tétraèdre $N_{n-1} = n + 1$; de l'hexaèdre $N_{n-1} = 2n$; de l'octaèdre $N_{n-1} = 2^n$.

On devra donc leur donner, dans chacun de ces cas, les appellations suivantes :

$(n + 1)$ édroïde, $2n$ édroïde, 2^n édroïde.

M. Stringham[1] fait observer que les termes successifs N_0, N_1, N_2, ... N_n, dans un espace quelconque, si on les affecte alternativement des signes + et —, représentent le développement, d'après la loi du binôme, des formules suivantes :

$(n + 1)$ édroïde $(1 - 1)^{n+1} = 0.$
$2n$ édroïde $1 - (2 - 1)^n = 0.$
2^n édroïde $(1 - 2)^n \pm 1 = 0.$

En développant la 1re formule, on obtient en effet pour la valeur des termes successifs, les nombres donnés pour N_0, N_1, N_2, ... par le tableau 1.

$$(1 - 1)^{n+1} = 1 - (n + 1) + \frac{(n + 1)n}{1.2} \dots$$
$$\pm (n + 1) \mp 1 =$$
$$1 - N_0 + N_1 - N_2 \dots \pm N_{n-1} \mp N_n = 0.$$

1. *Regular figures in n dimensional space.* American journal of mathematics, vol. III.

Le dernier terme N_n est égal à 1, puisqu'il représente justement le polyédroïde d'ordre *n* dont il s'agit. Les deux autres formules développées donnent aussi en se reportant aux tableaux des pages 185 et 189 :

$$1 - (2 - 1)^n = 1 - N_0 + N_1 - N_2 \ldots \mp N_n .$$

$$(1 - 2)^n \mp 1 = 1 - N_0 + N_1 - N_2 \ldots \mp N_n .$$

On voit, par l'examen du premier membre, qu'elles doivent être inverses l'une de l'autre et il est facile de vérifier que, dans un espace donné, un terme de la première correspond à un terme du rang inverse de la seconde.

Les deux figures auxquelles elles se rapportent sont donc inverses ou conjuguées l'une de l'autre, comme le sont les deux figures du 3[e] espace, hexaèdre et octaèdre, qui leur ont donné naissance.

On sait, en effet, que le nombre des faces de l'hexaèdre, est égal au nombre (6) des sommets de l'octaèdre, et que le nombre des faces de l'octaèdre, est le même que le nombre (8) des sommets de l'hexaèdre, alors que le nombre des arêtes est le même dans les deux polyèdres.

On aura donc, d'une manière tout à fait générale, en faisant précéder N_0, N_1, N_2, ... N_n des

lettres H, et O, pour les figures dérivées soit de l'hexaèdre, soit de l'octaèdre, et dans un même espace :

$$
\begin{array}{ll}
HN_0 = ON_{n-1} & ON_0 = HN_{n-1} \\
HN_1 = ON_{n-2} & ON_1 = HN_{n-2} \\
HN_2 = ON_{n-3} & ON_2 = HN_{n-3} \\
HN_k = ON_{n-k-1} & ON_k = HN_{n-k-1}.
\end{array}
$$

Ce qui peut être vérifié facilement d'ailleurs, d'après les données des tableaux relatifs à ces figures : par exemple en faisant la substitution :

$ON_{n-k-1} =$

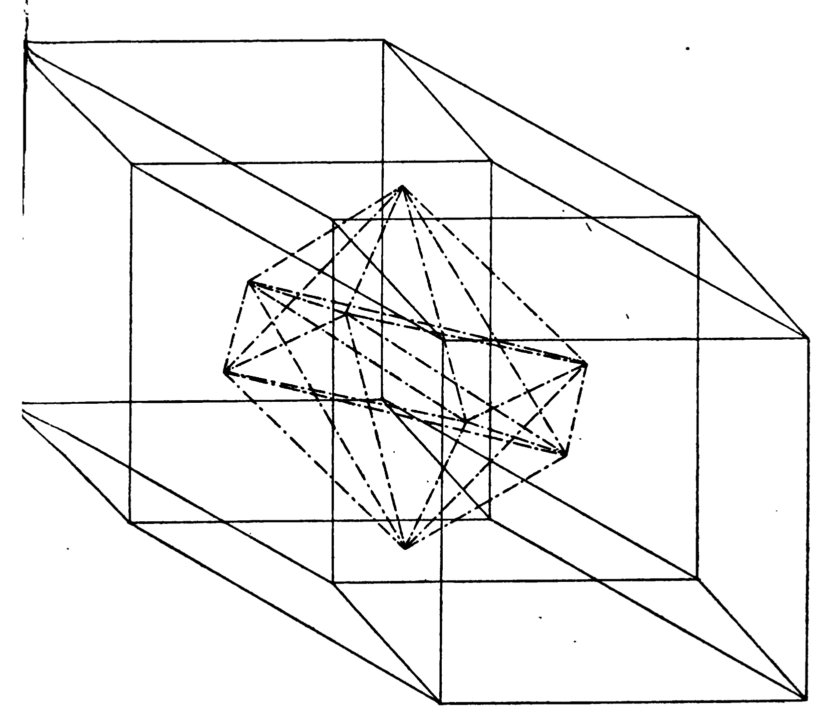
$$2^{n-k}\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)(n-k)\ (\ldots k+1)}{1.2.3\quad\ldots\quad k\,(k+1)\quad\ldots(n-k)}.$$

Puisque $k < \frac{n}{2}$ ou $k < n - k$, on a pu faire ressortir à leur place, les 2 termes successifs décroissants $(n-k+1)\,(n-k)$ au milieu des termes du numérateur, et les 2 termes successifs $k\,(k+1)$ au dénominateur. Supprimant ensuite tous les termes communs de $(k+1)$ à $(n-k)$ on retrouve la valeur de HN_k.

Il est intéressant de voir, ainsi que le fait remarquer M. Stringham ; comment dans le 4e espace, il est possible de déduire l'hexadécaédroïde de l'octaédroïde, par des considérations purement

géométriques, et d'une manière analogue à celle dont on déduit l'octaèdre de l'hexaèdre.

Prenons comme sommets, les 8 points milieux



L'hexadécaédroïde déduit de l'octaédroïde.

des 8 figures limites de l'octaédroïde considéré, $N_0 = 8$.

Ces points sont les 8 extrémités de 4 diamètres, respectivement perpendiculaires l'un à l'autre, d'une sphère du 4e espace.

On forme les arêtes de la figure en joignant chaque sommet à chacun des autres, sauf à celui qui lui est opposé, c'est-à-dire avec les 6 sommets adjacents ; le nombre des arêtes partant ainsi de chaque sommet est de 6 :

$$N_1 = \frac{6\,N_0}{2} = \frac{4.3}{1.2}\,2^2.$$

Considérons les 4 points équidistants, qui sont aux extrémités des 4 rayons perpendiculaires l'un à l'autre, dans la sphère à 4 dimensions. Ils ont une symétrie absolue de position dans l'espace à 3 dimensions et peuvent ainsi être considérés comme les 4 sommets d'un tétraèdre régulier. Un cinquième point analogue serait à l'opposé de l'un des quatre points choisis, et ces cinq points ne pourraient se trouver ensemble dans un espace à 3 dimensions ; on ne peut donc prendre que 4 points comme sommets des figures limites à 3 dimensions, ces figures sont des tétraèdres.

On en trouvera le nombre en classant les 8 points par groupes de 4, en excluant ceux qui contiennent des points antipodes.

$$N_3 = 1 + 4 + \frac{4.3}{2} + 1 = 16 = 2^4$$

et de là

$$N_2 = \frac{4N_3}{2} = 32 = 4 \times 2^3.$$

N_0, N_1, N_2, N_3 correspondent ainsi pour l'octaédroïde à N_3, N_2, N_1, N_0 de l'hexadécaédroïde; les deux figures sont inverses l'une de l'autre.

Autres formes régulières. — Le même procédé simple dont on a fait usage pour construire les polyédroïdes dérivés du tétraèdre, de l'hexaèdre et de l'octaèdre dans tous les espaces, ne paraît pas applicable à la genèse de toutes les formes régulières pouvant appartenir aux espaces supérieurs.

Cependant M. Stringham a démontré qu'il existe dans le 4e espace, mais dans celui-ci seulement, trois autres figures régulières, et a déterminé d'une manière générale tous les polyédroïdes réguliers, en partant des considérations suivantes: Les angles des figures régulières de l'espace n sont formés par un faisceau de lignes divergeant d'un sommet commun, comportant au moins n lignes, autrement l'angle ferait partie d'un espace moindre que n. L'angle le plus simple à n dimensions aura donc n arêtes, qui donnent, combinées 2 à 2 :

$\frac{n(n-1)}{2}$ faces limites à 2 dimensions;

combinées 3 à 3:

$\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$ trièdres à 3 dimensions, etc.

Un angle régulier doit avoir toutes ses limites, dans tout espace considéré, égales en forme et en grandeur. Le nombre d'angles réguliers à n dimensions, qui peut être formé en partant d'un assemblage d'angles réguliers à $(n-1)$ dimensions est ainsi limité par le nombre des arrangements symétriques dans un espace $(n-1)$. C'est dire que si on prend à partir du sommet de l'angle régulier à n dimensions, des longueurs égales sur les arêtes, ces lignes égales devront se terminer aux sommets de figures régulières à $n-1$ dimensions. Ainsi les lignes égales partant de chaque sommet d'un polyédroïde régulier du 4ᵉ espace devront se terminer aux sommets de polyèdres réguliers égaux.

Les différents angles réguliers de l'espace n sont donc égaux en nombre aux figures régulières de l'espace $n-1$, le nombre des arêtes est égal au nombre des sommets d'une figure régulière de l'espace $(n-1)$.

En particulier, le nombre d'angles réguliers à 4 dimensions pouvant donner lieu à des formes régulières est de 5, le nombre des arêtes de ces angles à partir d'un même sommet sera :

4 — 8 — 6 — 20 — 12

égal au nombre des sommets des cinq polyèdres réguliers.

Les arêtes se subdivisent en faisceaux du troisième espace, aboutissant aux faces régulières de ces polyèdres. Ces faisceaux, ayant respectivement comme nombre d'arêtes : 3 — 4 — 3 — 5 — 3, déterminent ainsi 3 sortes d'angles du 3e espace, à 3, 4 ou 5 arêtes.

Angles à 3 arêtes ou trièdres. Les 3 angles réguliers du 4e espace, correspondent aux 3 polyèdres réguliers limités par des faces triangulaires : tétraèdre, octaèdre, icosaèdre et donnent ainsi des assemblages de 4, 8, 20 trièdres ; mais les angles trièdres du 3e espace étant fournis par le tétraèdre, l'hexaèdre et le dodécaèdre, l'angle du 4e espace pourra être limité par 4 — 8 — 20 tétraèdres, hexaèdres ou dodécaèdres.

Angles à 4 arêtes ou tétraèdres. L'angle régulier du 4e espace correspond à l'hexaèdre (6 faces à 4

sommets) et donne un assemblage de 6 angles tétraèdres ; l'angle du 3e espace est fourni par l'octaèdre ; celui du 4e espace pourra être limité par 6 octaèdres.

Angles à 5 arêtes ou pentaèdres. L'angle régulier du 4e espace correspond au dodécaèdre (12 faces à 5 sommets) et donne un assemblage de 12 angles pentaèdres ; l'angle du 3e espace est fourni par l'icosaèdre ; celui du 4e espace pourra être limité par 12 icosaèdres.

M. Stringham examine successivement chacun de ces 11 différents cas, démontre qu'ils peuvent donner lieu à des figures réelles, réciproques, imaginaires ou infinies et que dans le 4e espace il existe six figures régulières ; pentaédroïde, octaédroïde, hexadécaédroïde, qui, ainsi que nous l'avons vu, se reproduisent dans tous les espaces. De plus, et seulement dans le 4e espace :

Le 120 édroïde, formé de 120 dodécaèdres,

Le 24 édroïde, formé de 24 octaèdres,

Le 600 édroïde, formé de 600 tétraèdres.

Les longueurs des arêtes des figures régulières du 4e espace, inscrites dans la sphère du 4e espace de rayon 1, peuvent être calculées, elles sont indiquées ci-après :

pentaédroïde. . . $l = 1{,}58113$,
octaédroïde. . . . $l = 1{,}00000$,
hexadécaédroïde. . $l = 1{,}41421$,
24 édroïde. . . . $l = 1{,}00000$,
120 édroïde. . . $l < 1$,
600 édroïde. . . $l < 1$.

Nombre des sommets N_0, arêtes N_1, faces N_2, solides N_3, des trois derniers polyédroïdes réguliers du 4e espace.

	24 édroïde	120 édroïde	600 édroïde
N_0	24	600	120
N_1	96	1 200	720
N_2	96	720	1 200
Faces	Triangles équilatéraux	pentagones réguliers	triangles équilatéraux
N_3	24	120	600
Polyèdres	octaèdres	dodécaèdres	tétraèdres

Formes sphériques des espaces supérieurs. — En coordonnées rectangulaires, la formule : $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ représente la surface de la sphère, de rayon R, dont le centre est à l'origine ; de même : $x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = R^2$ représentera l'enveloppe d'un sphéroïde de rayon R, du 4e espace.

Si nous supposons que cette forme vienne à pénétrer dans le 3ᵉ espace, la section s'obtiendra en faisant prendre à l'une des coordonnées, w par exemple, les valeurs successives comprises entre o et R.

Partageons le rayon R en n parties égales. Après une pénétration de $\frac{1}{n}$ R, pour $w = R - \frac{R}{n}$ le rayon apparent de la sphère du 3ᵉ espace sera :

$$r = \sqrt{R^2 - (R - \frac{R}{n})^2} = R\sqrt{1 - \frac{(n-1)^2}{n^2}}.$$

Sa surface sera :

$$S = 4\pi \frac{R^2}{n^2}\left[n^2 - (n-1)^2\right].$$

Pour une pénétration correspondante à $\frac{a}{n}$ R, la surface S_a de la sphère sera :

$$S_a = 4\pi \frac{R^2}{n^2}\left[n^2 - (n-a)^2\right].$$

Comme a prend toutes les valeurs entières de 1 à n, le terme $(n-a)^2$ représente successivement le carré des nombres entiers de $(n-1)$ à 1.

Si maintenant nous attribuons à n une valeur indéfiniment grande, faisant varier a de 1 à n, la

somme intégrale de toutes ces surfaces, multipliée par $\frac{R}{n}$, représentera l'enveloppe (3e espace) de la moitié de la sphère du 4e espace, (les sections ayant varié de l'extrémité du rayon, au centre seulement, pour a variant de 1 à n).

En doublant, on obtiendra donc l'enveloppe de la sphère (4) que nous désignerons par S_4.

$$S_4 = 2\frac{R}{n} \times 4\pi\frac{R^2}{n^2}\Big[n^2 - (n-1)^2 + n^2 - (n-2)^2 + \ldots + n^2 - 2^2 + n^2 - 1 + n^2.\Big]$$

$$S_4 = 8\pi.\frac{R^3}{n^3}\Big[n^3 - (n-1)^2 - (n-2)^2 \ldots - 2^2 - 1\Big]$$

$$= 8\pi\frac{R^3}{n^3}\Big[n^3 - \frac{(n-1)\,n\,(2n-1)}{6}\Big]$$

$$= 8\pi\frac{R^3}{n^2}\,\frac{4n^2 + 3\,n - 1}{6}$$

$$S_4 = 8\pi R^3\left(\frac{4}{6} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{6n^2}\right).$$

n ayant pris une valeur indéfiniment grande, les quantités $\frac{1}{2\,n}$ et $\frac{1}{6\,n^2}$ peuvent, comme on le sait, devenir inférieures à toute valeur donnée si petite soit-elle et se rapprocher indéfiniment de zéro. Donc :

$$S_4 = \frac{16}{3} \pi R^3.$$

La forme, dont S_4 est l'enveloppe à 3 dimensions, et que nous désignerons par V_4, se déduira en multipliant S_4 par $\frac{R}{4}$.

$$V_4 = \frac{4}{3} \pi R^4.$$

La comparaison des valeurs des diverses formes et de leurs enveloppes, dérivées du cercle et de la circonférence, dans les espaces 3, 4, suffit à faire comprendre la loi d'accroissement et permet de représenter S_n et V_n pour un espace quelconque d'ordre n.

Ces valeurs sont données dans le tableau ci-dessous :

Espaces	2	3	4	n
$S = \pi \times$	$2R$	$\frac{2^3 R^2}{2}$	$\frac{2^5 R^3}{2\ 3}$	$\frac{2^{2n-3} R^{n-1}}{2.3 \ldots (n-1)}$
$V = \pi \times$	$\frac{2R^2}{2}$	$\frac{2^3 R^3}{2.3}$	$\frac{2^5 R^4}{2.3.4}$	$\frac{2^{2n-3} R^n}{2.3 \ldots n}$

INDEX ALPHABÉTIQUE

DES OUVRAGES ET DES ARTICLES CITÉS

Barbarin (P.). — *La géométrie non euclidienne.* Collection Scientia, 1902. C. Naud, éd.

Belot (G.). — *L'idée et la méthode de la philosophie scientifique chez M. Aug. Comte.* Bibliothèque du Congrès intern. de philosophie, t. IV. A. Colin.

Bergson (H.). — *Les données immédiates de la conscience.* F. Alcan, éd.

Bonnel (J.-F.). — *Les atomes et hypothèses dans la géométrie.* Lib. scientifique Hermann, 1899.

Büchner (L.). — *Science et Nature,* traduct. Delondre. Germer Baillière, 1866.

Evellin (F.). — *La dialectique des antinomies.* Bibl. du Congrès int. de philosophie, t. I. A. Colin.

Ferrière (E.). — *La matière et l'énergie.* F. Alcan, 1887.

Fouillée (A.). — *Philosophie de Platon.* Hachette, éd.

Freycinet (de). — *Essai sur la philosophie des sciences.* Gauthier-Villars.

Hinton (C.-H.). — *Scientific romances. A new era of thought.* Swan Sonnenchein, London.

Kozlowski (W.-M.). — *La combinaison chimique au point de vue de la théorie de la connaissance.* Bib. du Congrès intern. de philosophie, t. III. A. Colin.

Laurent (H.). — *Les principes fondamentaux des connaissances humaines*. Enseignement mathématique, 1899, n° 6. Carré et Naud.

Lechalas (G.). — *Etude sur l'espace et le temps*. F. Alcan, 1896.

Le Verrier (U.). — *Sur la genèse et la portée des principes de la thermodynamique*. Bib. du Congrès intern. de philosophie, t. III. A. Colin.

Pascal. — *De l'esprit philosophique*.

— *Pensées*.

Platon. — *Phédon*.

— *La république*, livre VII.

Poincaré (H.). — *La géométrie non euclidienne*. Revue générale des sciences, 1891.

Renouvier (Ch.). — *Histoire et solution des problèmes métaphysiques*. F. Alcan, 1900.

Rouse Ball (W.). — *Récréations et problèmes mathématiques*, trad. Fitz Patrick. Lib. scientifique A. Hermann.

Ruyssen (Th.). — *Kant*. F. Alcan, 1900.

Schlegel (V.). — *Sur le développement et l'état actuel de la géométrie à n dimension*. Enseignement mathématique, 1900, n° 2, Carré et Naud.

Stallo. — *La matière et la physique moderne*. F. Alcan, 1899.

Stringham. — *Regular figures in n dimensional space*. American journal of mathematics, vol. III.

Tchitcherine. — *La métaphysique est-elle une science?* Bib. du Congrès intern. de philosophie, t. I. A. Colin.

Wilbois (J.). — *L'esprit positif*. Revue de métaphysique et de morale, 1901.

Würtz. — *La théorie atomique*. F. Alcan, 1898.

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE V

CHAPITRE VI

CHAPITRE VII

APPENDICE

CHARTRES. — IMPRIMERIE DURAND, RUE FULBERT.

BIBLIOTHÈQUE DE PHILOSOPHIE CONTEMPORAINE

Volumes in-18 ; chaque vol. broché : 2 fr. 50

EXTRAIT DU CATALOGUE

Paul Janet.
Le matérialisme cont. 6e éd.
Origines du social. contemp.
La philosophie de Lamennais.

J. Stuart Mill.
Auguste Comte. 6e édit.
L'utilitarisme. 3e édit.
Corresp. avec G. d'Eichthal.

Herbert Spencer.
Classification des sciences.
L'individu contre l'Etat. 4e éd.

Th. Ribot.
La psych. de l'attention. 6e éd.
La philos. de Schopen. 9e éd.
Les mal. de la mém. 15e édit.
Les mal. de la volonté. 17e éd.
Les mal. de la personnalité. 10e éd.

Hartmann (E. de).
La religion de l'avenir. 4e éd.
Le Darwinisme. 7e édit.

Schopenhauer.
Essai sur le libre arbitre. 8e éd.
Fond. de la morale. 6e édit.
Pensées et fragments. 16e éd.

H. Marion.
Locke, sa vie, son œuvre. 2e éd.

L. Liard.
Logiciens angl. contem. 3e éd.
Définitions géomét. 2e éd.

Naville.
Nouv. classif. des scienc. 2e éd.

A. Binet.
La psychol. du raisonn. 3e édit.

Mosso.
La peur. 2e édit.
La fatigue. 4e édit.

G. Tarde.
La criminalité comparée. 4e éd.
Les transform. du droit. 4e éd.
Les lois sociales. 2e éd.

Ch. Féré.
Dégenerescence et criminal.
Sensation et mouvement 2e éd.

Ch. Richet.
Psychologie générale. 5e éd.

Bos
Psych. de la croyance.

Guyau.
La genèse de l idée de temps.

Lombroso.
L'anthropol. criminelle 3e éd.
Nouvelles recherches de psychiat. et d'anthropol. crim.
Les applications de l'anthr crim.

Tissié
Les rêves. 2e édit.

J. Lubbock
Le bonheur de vivre. (2 vol.)
L'emploi de la vie. 4e édit.

E. de Roberty.
La recherche de l'unité. 2e éd.
Les fondements de l'éthique.
Constitution de l'éthique.
[illegible]déric Nietzsche.

Georges Lyon.
La philosophie de Hobbes.

Queyrat.
L'imagination chez l'enfant.
L'abstraction dans l'éduc.
Les caract. et l'éduc. morale.
La logique chez l'enfant. 2e éd.

Wundt.
Hypnotisme et suggestion.

Fonsegrive.
La causalité efficiente.

Guillaume de Greef.
Les lois sociologiques. 3e édit.

Gustave Le Bon.
Lois psychol. de l'évolution des peuples. 5e édit.
Psychologie des foules. 7e éd.

G. Lefèvre.
Obligat. morale et idéalisme.

Durkheim.
Règles de la méthode sociolog.

P.-F. Thomas.
La suggestion et l'éduc. 3e éd.
Morale et éducation.

Dunan.
Théorie psychol. de l'espace.

Mario Pilo.
Psychologie du beau et de l'art.

R. Allier.
Philosophie d'Ernest Renan.

Lange.
Les émotions.

E. Boutroux.
Conting. des lois de la nature.

L. Dugas.
Le psittacisme.
La timidité. 2e édition.
Psychologie du rire.

C. Bouglé.
Les sciences soc. en Allem.

Marie Jaëll.
Musique et psychophysiol.

Max Nordau.
Paradoxes psycholog. 3e édit.
Paradoxes sociolog. 3e édit.
Génie et talent. 2e édit.

J.-L. de Lanessan.
Morale des philos. chinois.

G. Richard.
Social. et science sociale 2e éd.

F. Le Dantec.
Le déterminisme biologique.
L'individualité.
Lamarckiens et Darwiniens.

Fiérens-Gevaert.
Essai sur l'art contemporain. 2e édit.
La tristesse contemp. 3e éd.
Psychologie d'une ville.

A. Cresson.
La morale de Kant.

Enrico Ferri.
Les criminels dans l'art et la littérature.

J. Novicow.
L'avenir de la race blanche.

G. Milhaud.
La certitude logique. 2e éd.
Le rationnel.

Herckenrath.
Esthétique et morale.

F. Pillon.
Philos. de Ch. Secrétan.

H. Lichtenberger.
Philos. de Nietzsche. 7e édit.
Frag. et aphor. de Nietzsche.

G. Renard.
Le régime socialiste. 3e édit.

Ossip-Lourié.
Pensées de Tolstoï. 2e édit.
Nouvelles pensées de Tolstoï.
La philosophie de Tolstoï.
La philos. sociale dans Ibsen.

M. de Fleury.
L'âme du criminel.

Anna Lampérière.
Le rôle social de la femme.

P. Lapie.
La justice par l'État.

Eug. d'Eichthal.
Social. et problèmes sociaux

E. Marguery.
L'œuvre d'art et l'évolution.

Duprat.
Les causes sociales de la folie.

Tanon.
L'évolution du droit.

Bergson.
Le rire. 2e éd.

Brunschvicg.
Introd. à la vie de l'esprit.

Hervé Blondel.
Approximations de la vérité.

Mauxion.
L'éducation par l'instruction.

Arréat.
Dix ans de philosophie.

F. Paulhan.
Psychologie de l'invention.
Les phénomènes affectifs. 2e éd.
Analystes et esprits synthétiq.

Murisier.
Malad. du sentim. relig. 2e éd.

Palante.
Précis de sociologie 2e édit.

Fournière.
Essai sur l'individualisme.

Grasset.
Limites de la biologie. 2e éd.

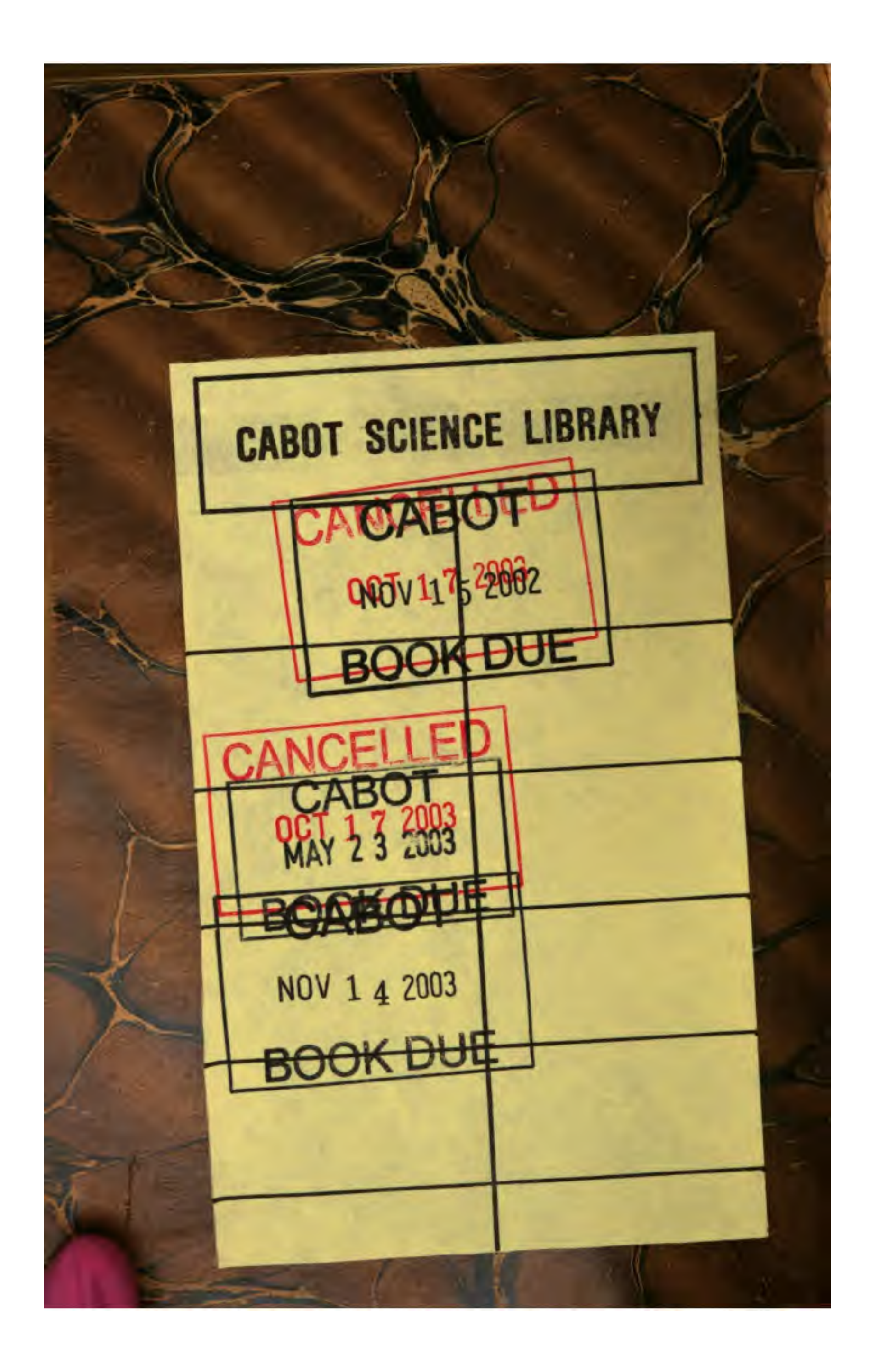
Encausse
Occultisme et Spiritualisme.

A. Landry
La responsabilité pénale. 2e éd.

Sully Prudhomme et Ch. Richet
Probl. des causes finales. 2e éd.

E. Goblot
Justice et Liberté.

W. James
La théorie de l'émotion



CABOT SCIENCE LIBRARY
CANCELLED
CABOT
OCT 1 7 2003
NOV 1 5 2002
BOOK DUE
CANCELLED
CABOT
OCT 1 7 2003
MAY 2 3 2003
BOOK DUE
CABOT
NOV 1 4 2003
BOOK DUE


3 2044 051 183 929
DUE MAR 25 1922


3 2044 051 183 929